Computer Engineering
Suan Sunandha Rajabhat University

Binary operations
การดำเนินการเลขฐานสอง

Dr.Pongrapee Kaewsaiha

CPE1401 – Digital System Design

https://elchm.ssru.ac.th/pongrapee_ka/

Binary addition

การบวกเลขฐานสอง

A + B	Sum ผลบวก	Carry ตัวทด
0+0	0	0
0+1, 1+0	1	0
1+1	0	1
1+1+1	1	1

Example: $1101_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Example: $1010_2 + 1111_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ \hline \end{array}$$

A + B	Sum ผลบวก	Carry ตัวทด
0+0	0	0
0+1, 1+0	1	0
1+1	0	1
1+1+1	1	1

Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **1**

Binary subtraction (Minuend > Subtrahend)

การลบเลขฐานสอง (ตัวตั้ง > ตัวลบ)

A – B	**Difference** ผลต่าง	**Borrow** ตัวยืม
0 – 0	0	0
0 – 1	1	1
1 – 0	1	0
1 – 1	0	0

Minuend ตัวตั้ง Subtrahend ตัวลบ

Example: $1010_2 - 110_2$

Example: $1010_2 - 110_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0 \\ -\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline \end{array}$$

Example: $1110_2 - 1011_2$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \end{array}$$

A - B	Difference ผลต่าง	Borrow ตัวยืม
0 – 0	0	0
0 – 1	1	1
1 – 0	1	0
1 – 1	0	0

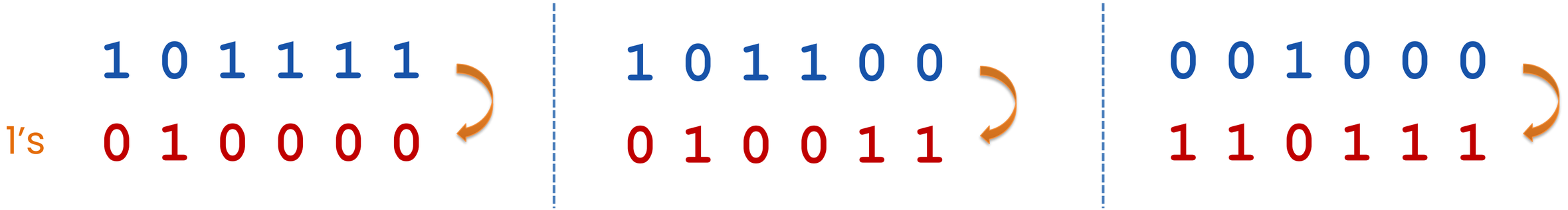
Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **2**

1’s complement

ส่วนประกอบของ 1

Examples:



You must NOT omit the leftmost zero(s) as they are binary codes, not values.

ห้ามละเว้นเลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายสุด เนื่องจากเป็นรหัสไบนารี่ ไม่ใช่จำนวนตัวเลข

Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **3-5**

(Auto-graded questions)

Binary subtraction using 1's complement

การลบเลขฐานสองโดยใช้ส่วนประกอบของ 1

Example: $110101_2 - 11001_2$

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
 & \text{minuend} \\
- & 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\
 & \text{subtrahend} \\
\hline
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{rr}
 & 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
+ & 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \quad \text{1's} \\
\hline
\end{array}
$$

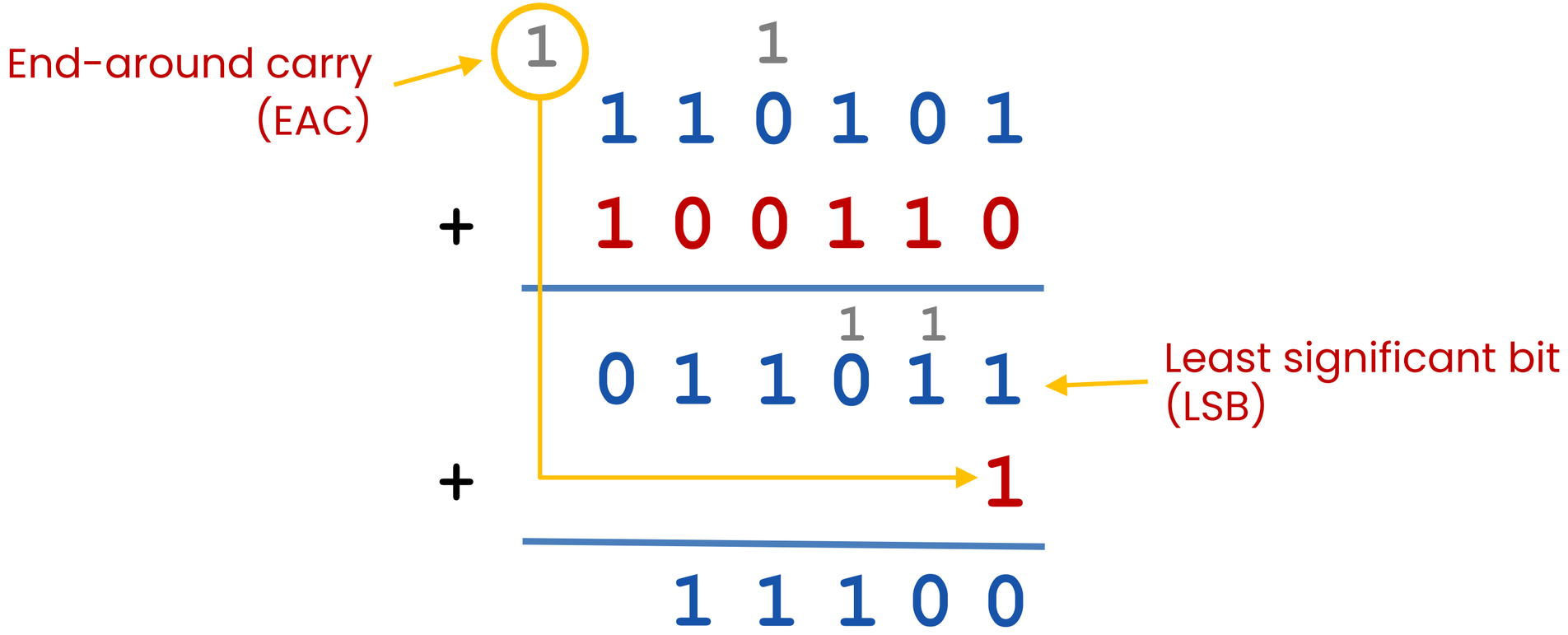
Using this method, the subtrahend can be greater or less than the minuend.
หากใช้วิธีนี้ ตัวลบจะมากกว่าหรือน้อยกว่าตัวตั้งก็ได้

Add leftmost zero(s) to equalize the number of digits. **Required**
เติมเลข 0 ทางซ้ายของตัวตั้งหรือตัวลบเพื่อให้จำนวนหลักเท่ากัน **จำเป็น**

Write the 1's complement of the subtrahend and add it to the minuend.
หาส่วนประกอบของ 1 ของตัวลบ (subtrahend) แล้วนำไปบวกกับตัวตั้ง (minuend)

Example: $110101_2 - 011001_2$ (53 − 25)

1's → 100110



If there is an end-around carry (EAC), add it to the least significant bit (LSB).

หากผลลัพธ์มี end-around carry (EAC) ให้เพิ่มไปยังบิตที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุด (LSB)

45 36

Example: $101101_2 - 100100_2$

1 0 1 1 0 1

\+ _____

\+ _____

45 23

Example: $101101_2 - 010111_2$

Add zero to equalize digits.

ต้องใส่ 0 เพื่อให้จำนวนหลักเท่ากัน

1 0 1 1 0 1

+

+

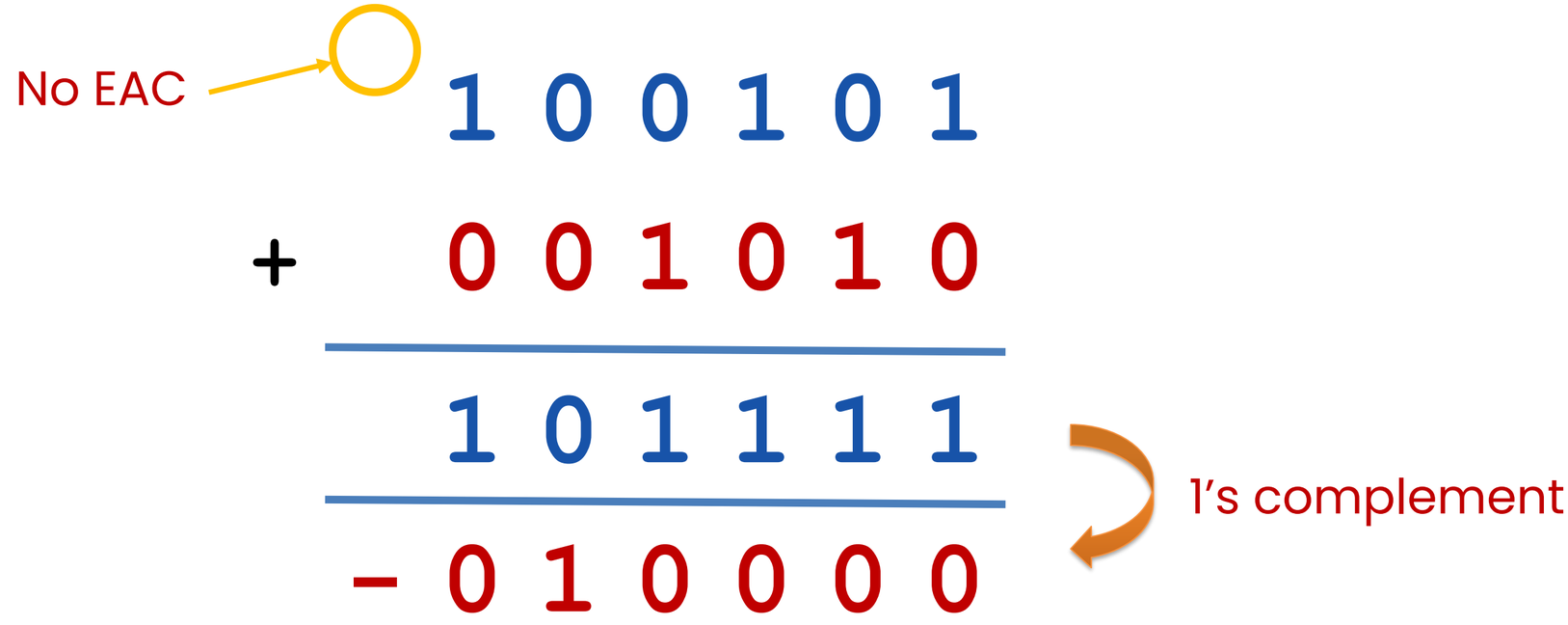
Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **6**

If there is no end-around carry (EAC), you subtract a larger number from a smaller number (subtrahend > Minuend). In that case, take the 1's complement of the result, and it is negative.

หากผลลัพธ์ไม่มี end-around carry (EAC) แสดงว่าเราเอาจำนวนที่มากกว่าไปลบออกจากจำนวนที่น้อยกว่า (ตัวลบ > ตัวตั้ง) ในกรณีนี้ให้ทำผลลัพธ์ให้เป็นส่วนประกอบของ 1 และคำตอบจะเป็นจำนวนลบ

Example: $\overset{37}{100101_2} - \overset{53}{110101_2}$



25 39

Example: $011001_2 - 100111_2$

0 1 1 0 0 1

\+

Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **7**

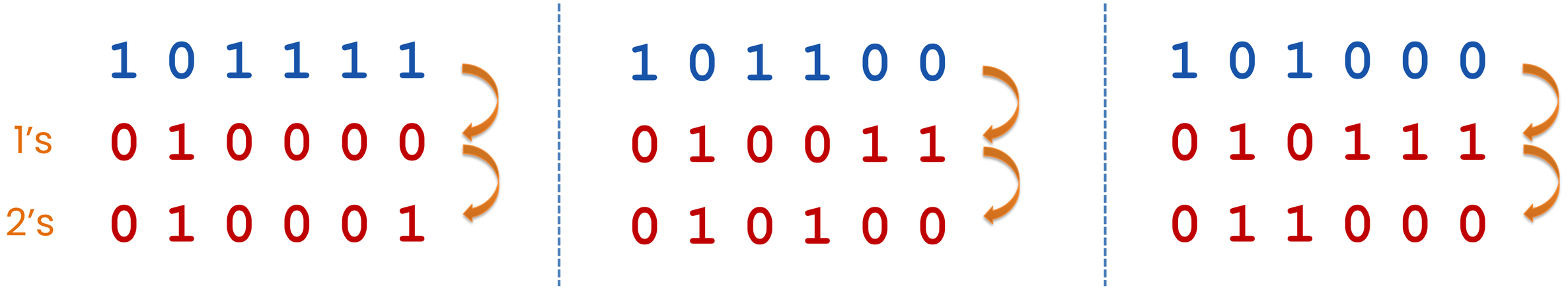
2’s complement

ส่วนประกอบของ 2

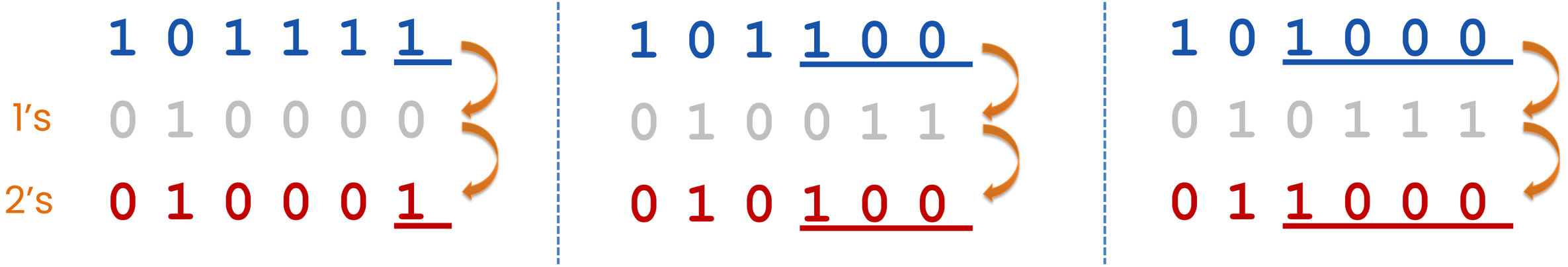
Find the 1’s complement and add 1 to it.

หาส่วนประกอบของ 1 แล้วบวกด้วย 1

Examples:



Shortcut:



You must NOT omit the leftmost zero(s) as they are binary codes, not values.

ห้ามละเว้นเลข 0 ที่อยู่ทางซ้ายสุด เนื่องจากเป็นรหัสไบนารี่ ไม่ใช่จำนวนตัวเลข

Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **8-10**

(Auto-graded questions)

Binary subtraction using 2's complement

การลบเลขฐานสองโดยใช้ส่วนประกอบของ 2

Write the 2's complement of the subtrahend and add it to the minuend.

ทำตัวลบ (subtrahend) ให้เป็นส่วนประกอบของ 2 แล้วนำไปบวกกับตัวตั้ง (minuend)

Example: $100101_2 - 11100_2$

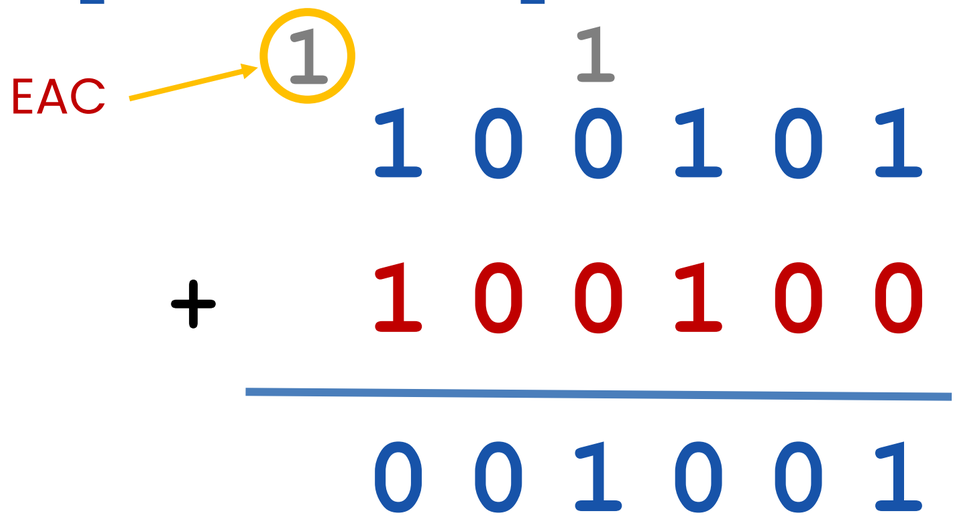
$$
\begin{array}{rl}
 & 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \quad \text{minuend} \\
- & 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \quad \text{subtrahend} \\
\hline
\end{array}
\qquad \Rightarrow \qquad
\begin{array}{rl}
 & 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \\
+ & 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \quad \text{2's} \\
\hline
\end{array}
$$

If there is an end-around carry (EAC), remove the EAC. The result is positive.

หากผลลัพธ์มี end-around carry (EAC) ให้ตัดทิ้ง จำนวนที่ได้คือคำตอบ

Example: $100101_2 - 011100_2$

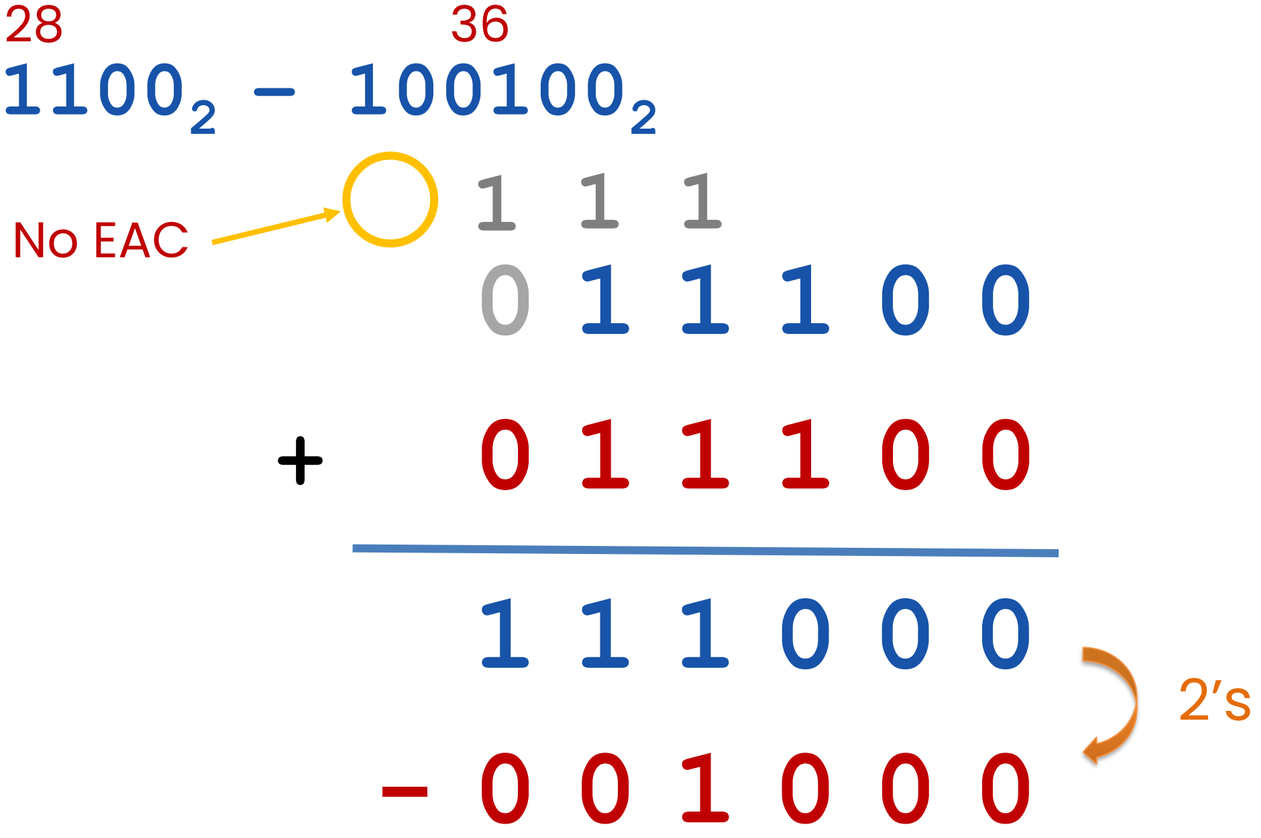
37 28



If there is no EAC, take the 2's complement again. The result is negative (subtrahend > Minuend).

หากผลลัพธ์ไม่มี EAC ให้หส่วนประกอบของ 2 อีกครั้ง จะได้คำตอบ และคำตอบจะเป็นจำนวนลบ

Example: $011100_2 - 100100_2$



Example: 100011_2 (35) − 101001_2 (41)

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1 \\
+\ \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **11-12**

n-bit binary numbers

เลขฐานสอง 4 บิต 8 บิต และ n บิต

4-bit binary 0 → 15 (F)

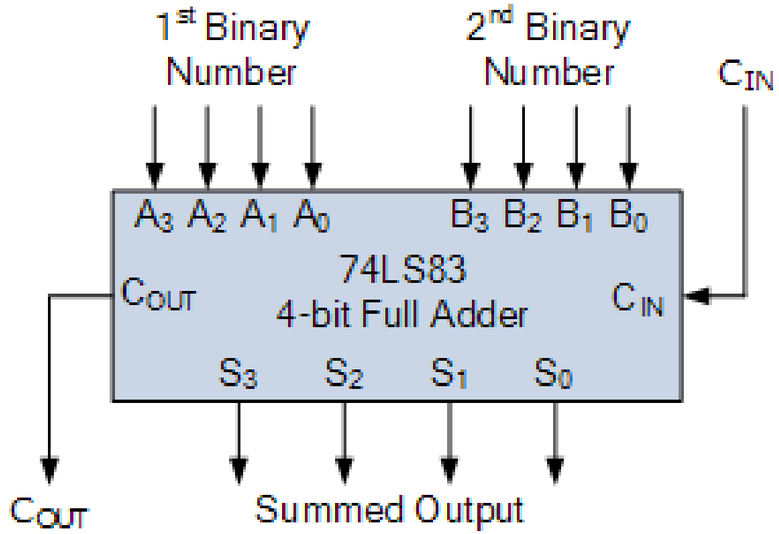
$0000_2 \rightarrow 1111_2$

8-bit binary 0 → 255 (FF)

$0000\ 0000_2 \rightarrow 1111\ 1111_2$

12-bit binary

16-bit binary



Source: electronics-tutorials.ws

n-bit 1's and 2's complement

ส่วนประกอบของ 1 และ 2 ของเลขฐานสองจำนวน n บิต

Example

4-bit 1's complement of 3_{10} $0011_2 \rightarrow 1100_2$

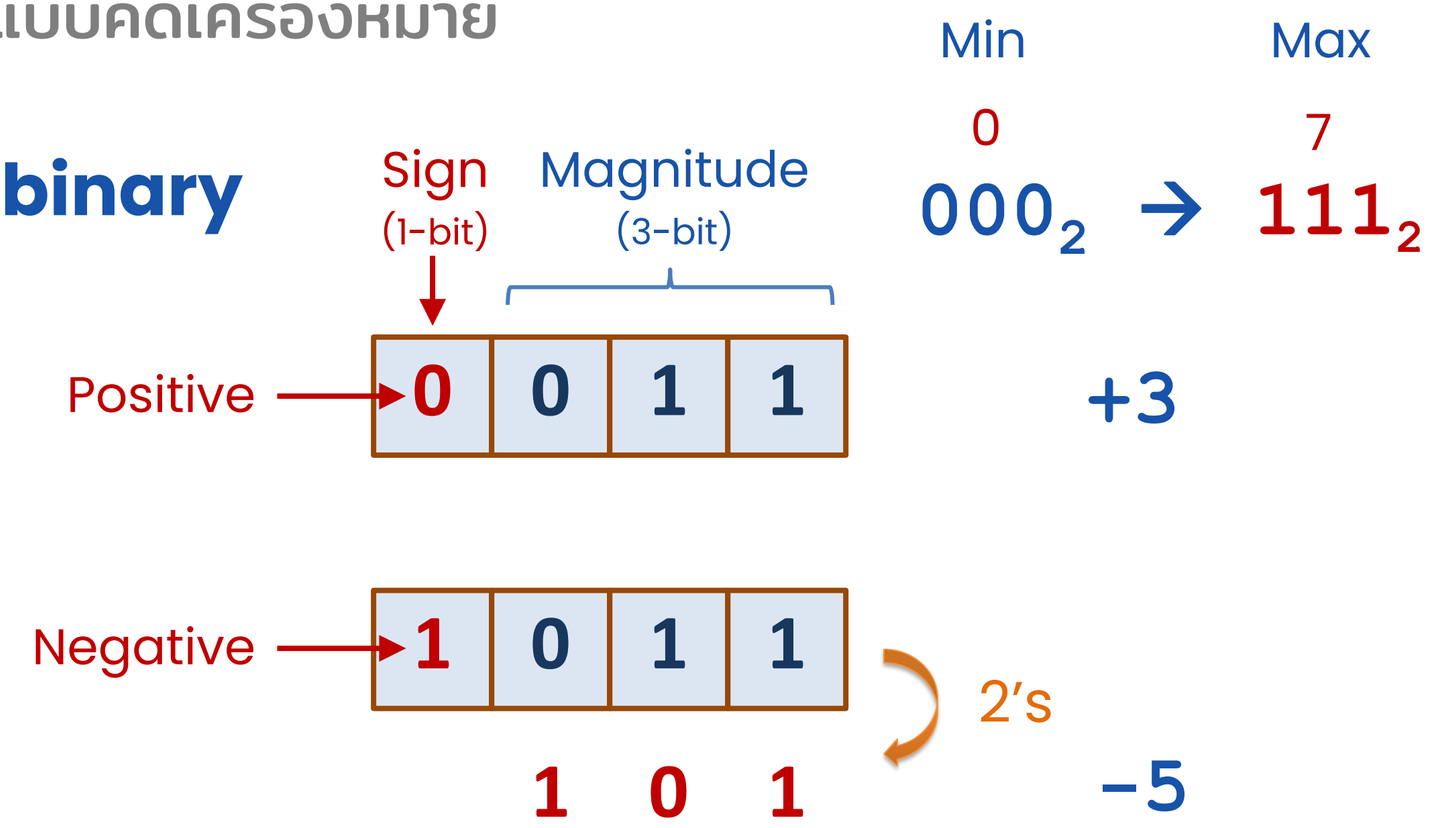
8-bit 1's complement of 56_{10} $0011\ 1000_2 \rightarrow 1100\ 0111_2$

8-bit 2's complement of 56_{10} $0011\ 1000_2 \rightarrow 1100\ 1000_2$

Signed binary numbers

ระบบเลขฐานสองแบบคิดเครื่องหมาย

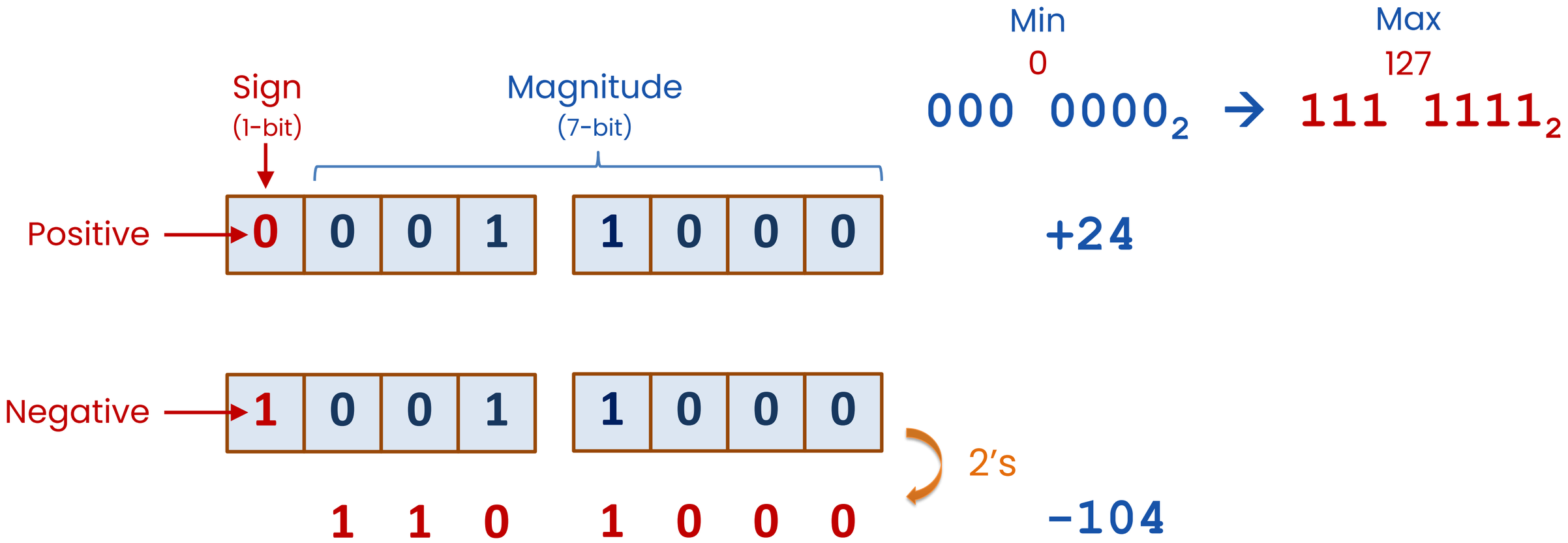
4-bit signed binary



4-bit signed binary

Bits	Unsigned value	Signed value
0001	1	1
0010	2	2
0100	4	4
1001	9	-7
1010	10	-6
1100	12	-4

8-bit signed binary



Attempt a quiz

Quiz **2C**, Question **13-14**

(Auto-graded questions)