พลศาสตร์
DYNAMICS

อาจารย์ ดร.พงศ์ระพี แก้วไทรฮะ
คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

https://bit.ly/pongrapee

มวล (Mass)

มวล (Mass: m) คือปริมาณเนื้อสารที่มีอยู่ในวัตถุนั้น ๆ มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (Kilogram: kg) เป็นปริมาณสเกลาร์ (Scalar) คือไม่มีทิศทาง มวลของวัตถุใด ๆ จะมีค่าคงที่ตลอดเวลาไม่ว่าจะอยู่สถานที่ใด

แรง (Force)

แรงคือปฏิสัมพันธ์ระหว่างวัตถุสองชิ้นที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในการเคลื่อนที่ของวัตถุ

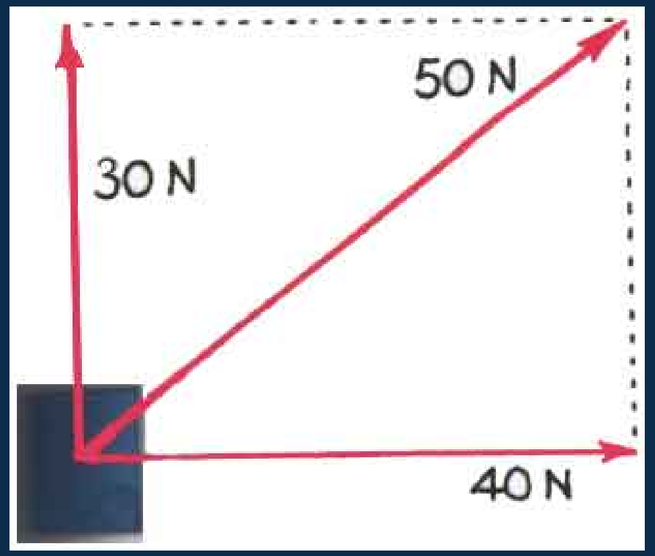
- ทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งเกิดการเคลื่อนที่
- ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เร็วขึ้น
- ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ช้าลง
- ทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่หยุดการเคลื่อนที่
- ทำให้วัตถุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่เปลี่ยนทิศทาง
- ทำให้วัตถุเปลี่ยนรูปร่าง เช่น บีบอัด หรือแยกชิ้น

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

แรง (F) มีหน่วยเป็น $kg \cdot m/s^2$ หรือ “นิวตัน (N)” โดยที่แรงขนาด 1 นิวตัน สามารถทำให้วัตถุหนัก 1 กิโลกรัมเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 m/s^2

แรง เป็นปริมาณ “เวกเตอร์” คือมีขนาดและทิศทาง การรวมแรงจึงจำเป็นต้องใช้การรวมแบบเวกเตอร์

จะสังเกตได้ว่าวัตถุที่มีมวลมากกว่าจะต้องใช้แรงมากกว่าในการทำให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่



น้ำหนัก (Weight)

น้ำหนัก (Weight: *W*) คือขนาดของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุ ในหน่วยนิวตัน (N) มีทิศทางเข้าสู่จุดศูนย์กลางของดวงดาว

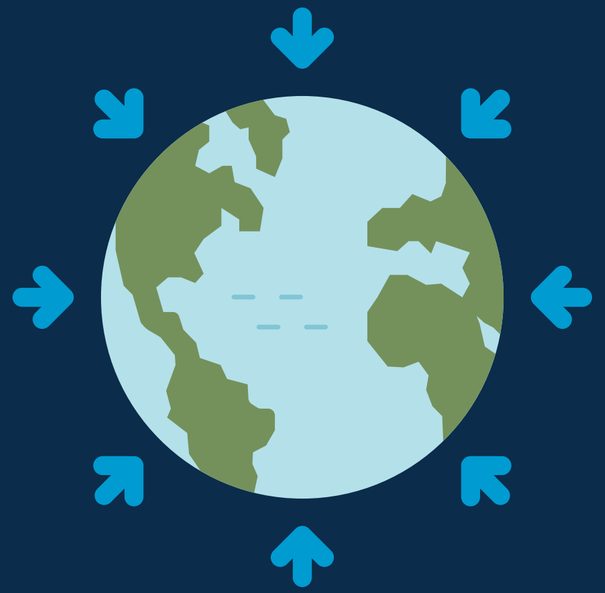
$$W = mg \quad \text{หรือ} \quad \vec{w} = m\vec{g}$$

โดยที่

m คือ มวล ของวัตถุในหน่วยกิโลกรัม (kg)

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง ในหน่วย (m/s^2)

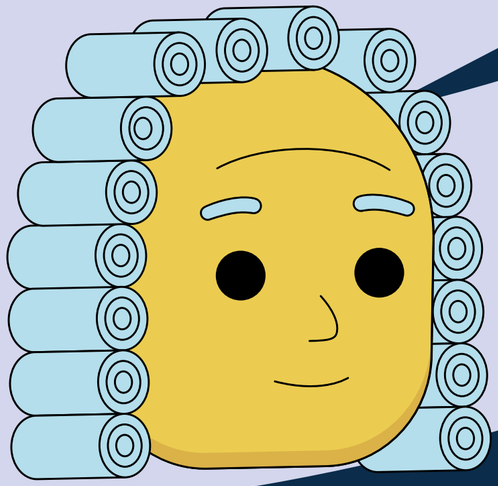
บนโลก g มีค่าคงที่ประมาณ 9.8 m/s^2



$W = mg$ หรือ $\vec{w} = m\vec{g}$

เมื่ออยู่บนโลก g มีค่าประมาณ 9.8 m/s²

เมื่ออยู่บนดวงจันทร์ g มีค่าประมาณ 1.62 m/s²
ทำให้น้ำหนักที่ชั่งบนดวงจันทร์น้อยกว่าที่ชั่งบนโลก



กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

ไอแซก นิวตัน เป็นนักฟิสิกส์และนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษผู้ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่ในปี ค.ศ. 1687 ปัจจุบันกฎการเคลื่อนที่ทั้งสามข้อของนิวตันถูกใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุต่าง ๆ

1. ความเฉื่อย (Inertia)
2. แรงและความเร่ง (Force & Accelleration)
3. แรงกิริยา & แรงปฏิกิริยา (Action & Reaction)

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน

(กฎของความเฉื่อย - Law of Inertia)

วัตถุจะรักษาสภาวะอยู่นิ่งหรือสภาวะเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอในแนวเส้นตรง นอกจากมีแรงลัพธ์ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำ

$$\sum \vec{F} = 0$$

หยุดนิ่ง *หรือ*

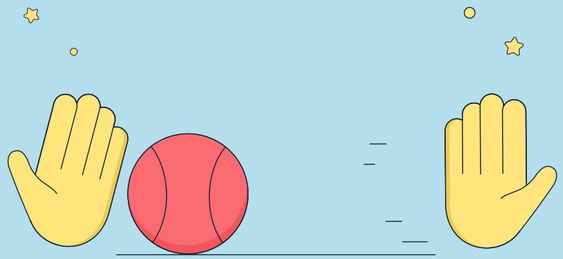
เคลื่อนที่ในแนวตรง ด้วยความเร็วคงที่

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

(กฎของความเร่ง - Law of Acceleration)

เมื่อมีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำกับวัตถุ วัตถุจะมีความเร่งในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์นั้น

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$



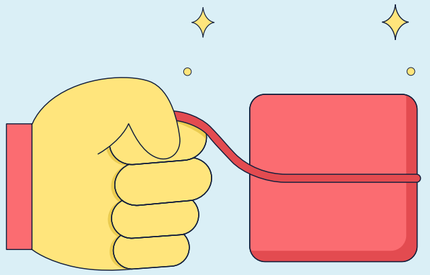
ตัวอย่าง

จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่ทำให้มวล 5 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ 2 m/s²

$$\sum F = ma$$

$$= 5 \times 2 = 10 \text{ N}$$

- ข้อนี้โจทย์ให้หาเฉพาะ “ขนาด” ของแรงลัพธ์
- ไม่ได้ระบุว่ามีแรงที่กระทำต่อวัตถุนี้กี่แรง ให้หาเฉพาะแรงลัพธ์
- ทิศทางของการเคลื่อนที่คือทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์



ตัวอย่าง

วัตถุมวล 5 kg วางอยู่กับที่บนพื้นลื่น จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่ทำให้วัตถุนี้มีความเร็วเพิ่มขึ้นเป็น 4 m/s ภายใน 2 วินาทีด้วยความเร่งคงที่

ระบุค่าตัวแปร

m = 5 kg

u = 0 m/s (ตอนแรกวัตถุหยุดนิ่งอยู่กับที่)

v = 4 m/s

t = 2 s

ใช้สูตรการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่

$$v = u + at$$
$$4 = 0 + a(2)$$
$$4 = 2a$$
$$a = \frac{4}{2} = 2\ m/s^2$$

ใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

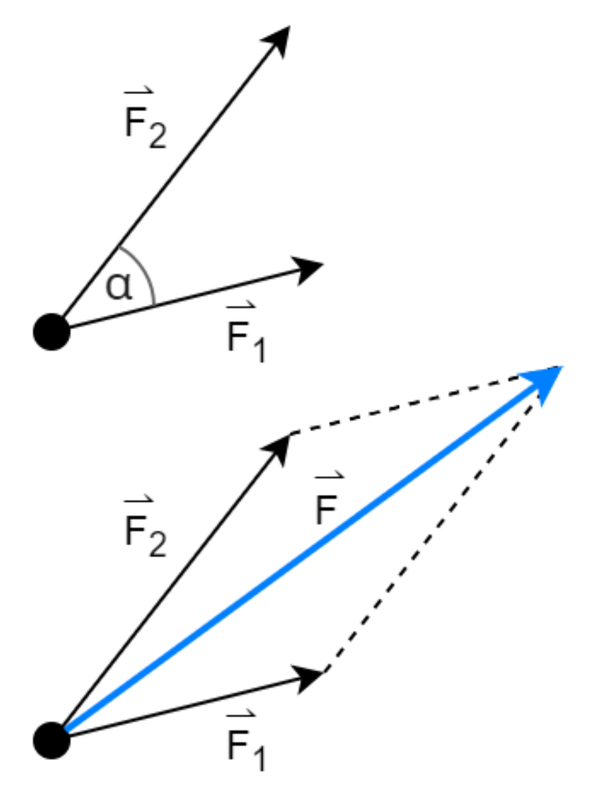
$$\sum F = ma$$
$$= 5 \times 2$$
$$= 10\ \mathrm{N}$$

* โจทย์ให้หาเฉพาะขนาด อนุโลมไม่ต้องใส่เครื่องหมายเวกเตอร์ แต่เวลาคำนวณอย่าลืมดูทิศทางการเคลื่อนที่

ทำแบบฝึกหัด 4.1
(2+1 ข้อ)

การรวมเวกเตอร์แรง

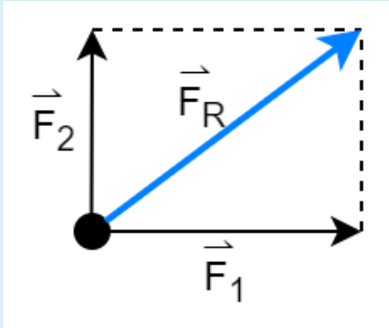
แรง $\vec{F}_1$ และ $\vec{F}_2$ กระทำต่อวัตถุชิ้นเดียวกันโดยที่แนวแรงทั้งสองทำมุมกัน α องศา



ขนาดของแรงลัพธ์ F_R จะหาค่าได้จาก

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

หากแนวแรงทั้งสองทำมุมกัน 90° จะได้ cos 90° = 0

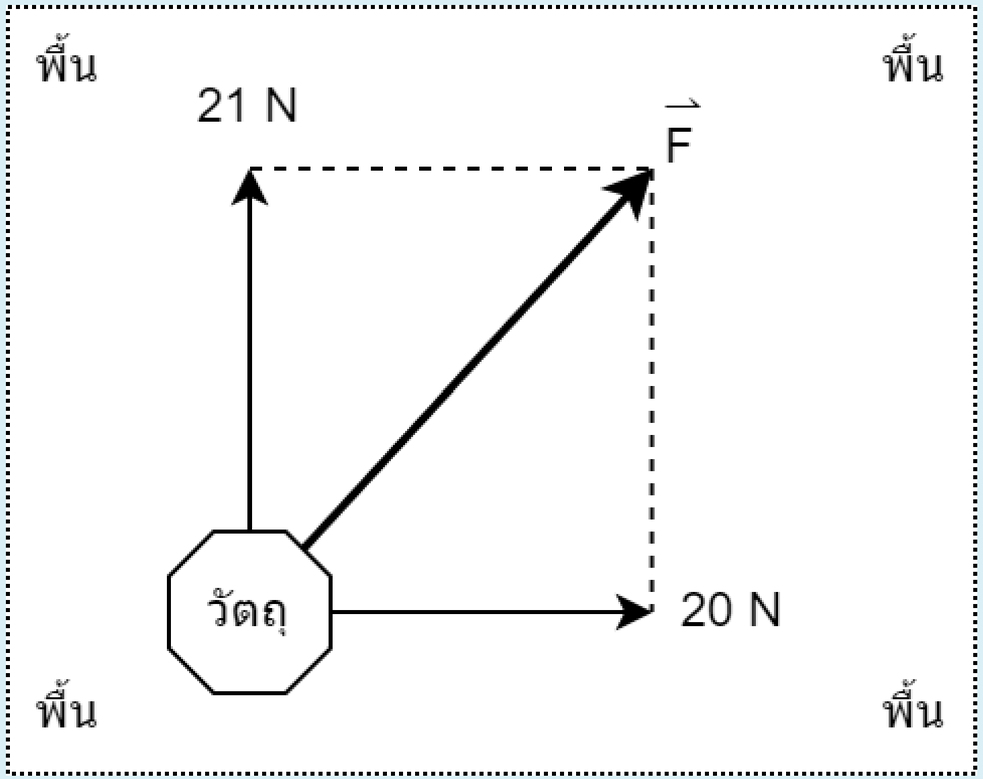


$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

(ทฤษฎีบทพีทากอรัสเรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)

ตัวอย่าง

วัตถุมวล 5 kg ถูกดึงด้วยแรง 20 N และ 21 N ที่ทำมุมกันเป็นมุมฉาก ในแนวระนาบบนพื้นลื่นดังรูป จงหาความเร่งของวัตถุนี้



หาแรงลัพธ์ด้วยการรวมเวกเตอร์

$$F = \sqrt{20^2 + 21^2} = \sqrt{841} = 29 \text{ N}$$

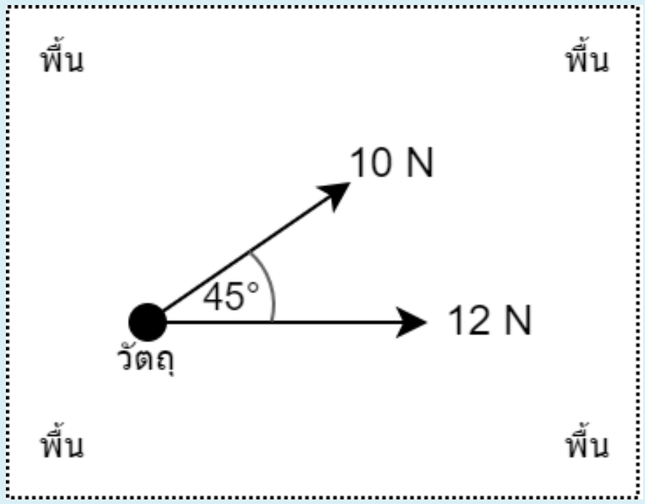
หาขนาดของความเร่ง

$$a = \frac{F}{m} = \frac{29}{5} = 5.8 \, m/s^2$$

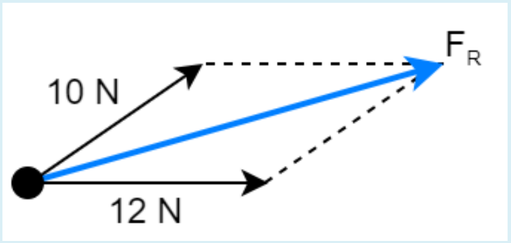
โดยความเร่งมีทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์

ตัวอย่าง

วัตถุมวล 5 kg ถูกดึงด้วยแรง 10 N และ 12 N ในแนวระนาบบนพื้นลื่น โดยแนวแรงทั้งสองทำมุมกัน 45° ดังรูป จงหาความเร่งของวัตถุนี้



หาแรงลัพธ์ด้วยการรวมเวกเตอร์



$$F_R = \sqrt{10^2 + 12^2 + 2(10)(12)\cos 45°}$$

$$= \sqrt{100 + 144 + 2(10)(12)(0.707)}$$

$$= \sqrt{100 + 144 + 169.68} = \sqrt{413.68} = 20.34 \text{ N}$$

หาขนาดของความเร่ง

$$a = \frac{F}{m} = \frac{20.34}{5} = 4.068 \; m/s^2$$

ทำแบบฝึกหัด 4.2
(2+1 ข้อ)

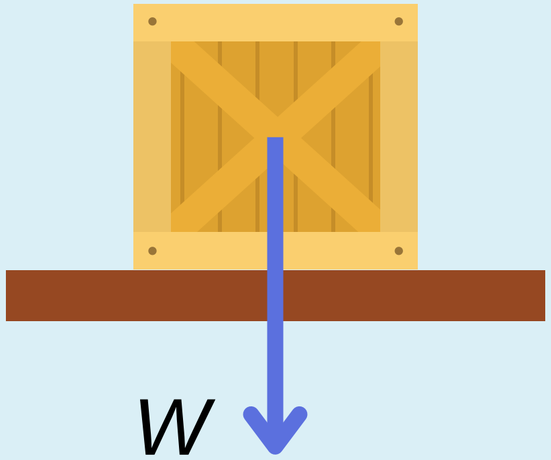
กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 ของนิวตัน

(กฎของแรงกิริยาและปฏิกิริยา (Law of action and reaction)

ทุกแรงกิริยา (Action) ย่อมมีแรงปฏิกิริยา (Reaction) ซึ่งมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศตรงข้ามกันเสมอ

$$\sum \vec{F}_A = \sum \vec{F}_R$$

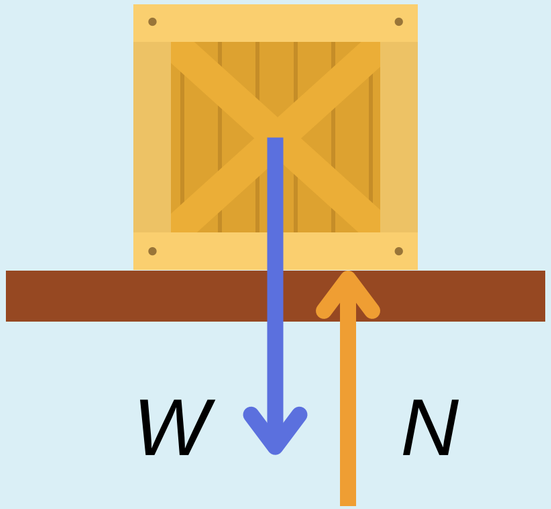
$$F_A = -F_R$$



ลังไม้มวล 50 กิโลกรัมวางอยู่บนพื้น ย่อมมีแรงโน้มถ่วงของโลกมากระทำกับลังไม้ในแนวดิ่ง

$$W = mg = 50 \times 9.81 = 490.5 \text{ N}$$

หากมีเฉพาะแรงโน้มถ่วงเพียงอย่างเดียว แรงลัพธ์จะไม่เป็นศูนย์ ลังไม้นี้จะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางโลก ทะลุพื้นลงไป



เมื่อลังไม้วางอยู่บนพื้น

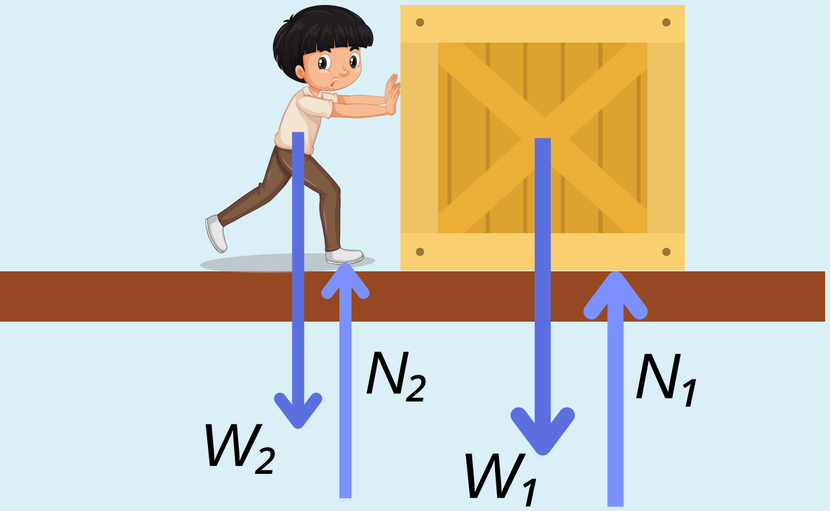
- น้ำหนัก *W* ออกแรงกระทำต่อพื้นขนาด 490.5 N
- พื้นออกแรงปฏิกิริยา *N* ขนาดเท่ากันคือ 490.5 N กระทำต่อลังไม้ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 ของนิวตัน
- แรงลัพธ์เป็นศูนย์ ลังไม้นี้จึงหยุดอยู่กับที่ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน

ออกแรง F ขนาด 25 N ผลักลังไม้นี่ หากพื้นลื่น ลังไม้จะเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร่ง

$$a = \frac{F}{m} = \frac{25}{50} = 0.5\ m/s^2$$

ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

ในขณะเดียวกันลังไม้ก็ออกแรงปฏิกิริยา F' ขนาดเท่ากันคือ 25 N ผลักคนให้ถอยหลังด้วยเช่นกัน ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 ของนิวตัน

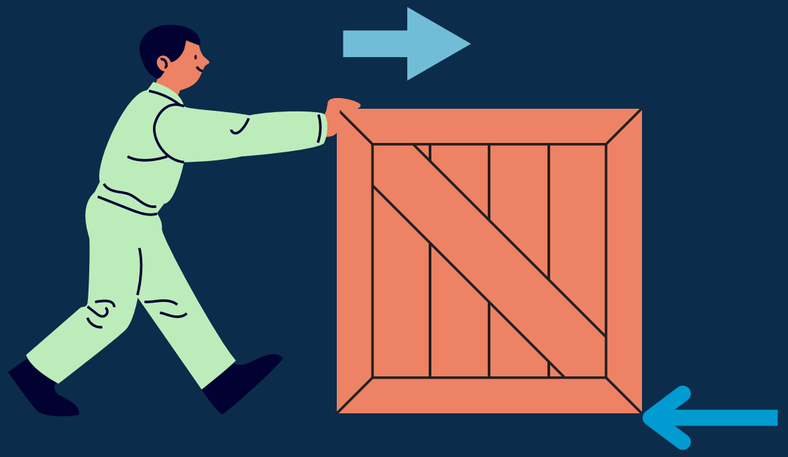


ลังไม้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง เพราะแรงโน้มถ่วง W_1 ที่โลกกระทำต่อลังไม้เท่ากับแรงปฏิกิริยา N_1 ที่พื้นกระทำต่อลังไม้

คนไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง เพราะแรงโน้มถ่วง W_2 ที่โลกกระทำต่อคนเท่ากับแรงปฏิกิริยา N_2 ที่พื้นกระทำต่อคน

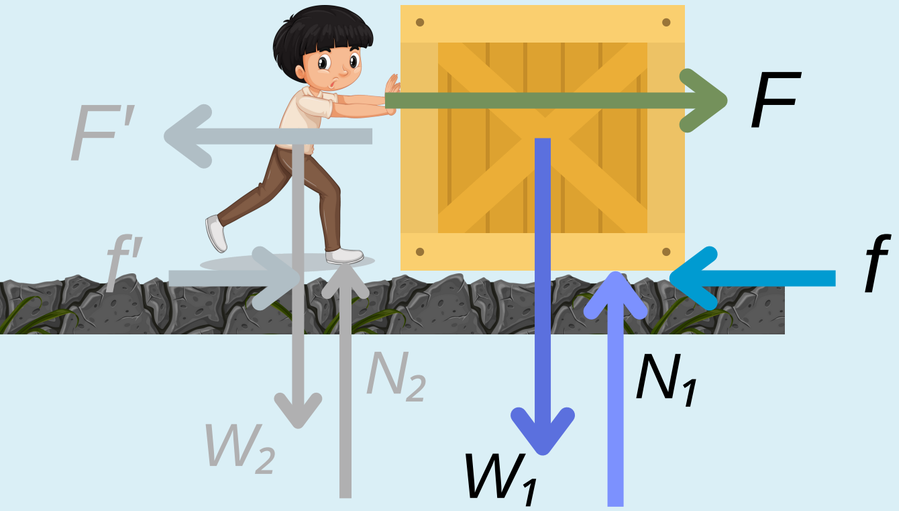
แรงเสียดทาน (Friction)

แรงเสียดทาน (Friction: f) เป็นแรงที่เกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุ เพื่อต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้น โดยแรงเสียดทานมีทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุเสมอ



จากโจทย์ข้อเดิม หากลังไม้ไม่ขยับแสดงว่าพื้นมีแรงเสียดทาน f ดันลังไม้กลับด้วยแรงที่เท่ากันคือ 25 N

คนไม่ถอยหลังเพราะแรงเสียดทานที่พื้นดันคนไว้ด้วยแรงที่เท่ากันคือ f' = 25 N



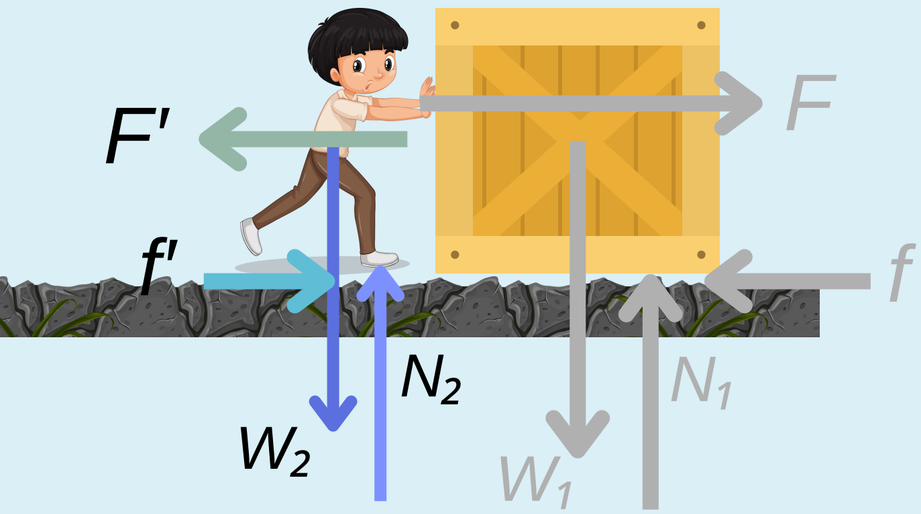
แรงภายนอกที่กระทำต่อลังไม้

-- แนวดิ่ง

- แรงโน้มถ่วง W_1 จากโลก
- แรงปฏิกิริยา N_1 จากพื้น
- $W_1 = N_1$ ดังนั้นลังไม้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

-- แนวราบ

- แรงผลัก F จากคน
- แรงเสียดทาน f จากพื้น
- $F = f$ ดังนั้นลังไม้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวราบ



แรงภายนอกที่กระทำต่อคน

-- แนวดิ่ง

- แรงโน้มถ่วง W_2 จากโลก
- แรงปฏิกิริยา N_2 จากพื้น
- $W_1 = N_1$ ดังนั้นคนไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

-- แนวราบ

- แรงปฏิกิริยา F' จากลังไม้
- แรงเสียดทาน f' จากพื้น
- $F' = f'$ ดังนั้นคนไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวราบ

คำถาม

ชั้นวางของถูกยึดไว้กับพื้นอย่างแน่นหนา คนงานพยายามออกแรงผลักชั้นวางของนี้ในขณะที่ตนเองอยู่บนพื้นลื่น เปียกน้ำ และใส่รองเท้าแตะ ข้อใดคือสิ่งที่จะเกิดขึ้น

A. ชั้นวางของล้ม

B. คนงานลื่นล้ม

C. ทั้งสองอย่าง

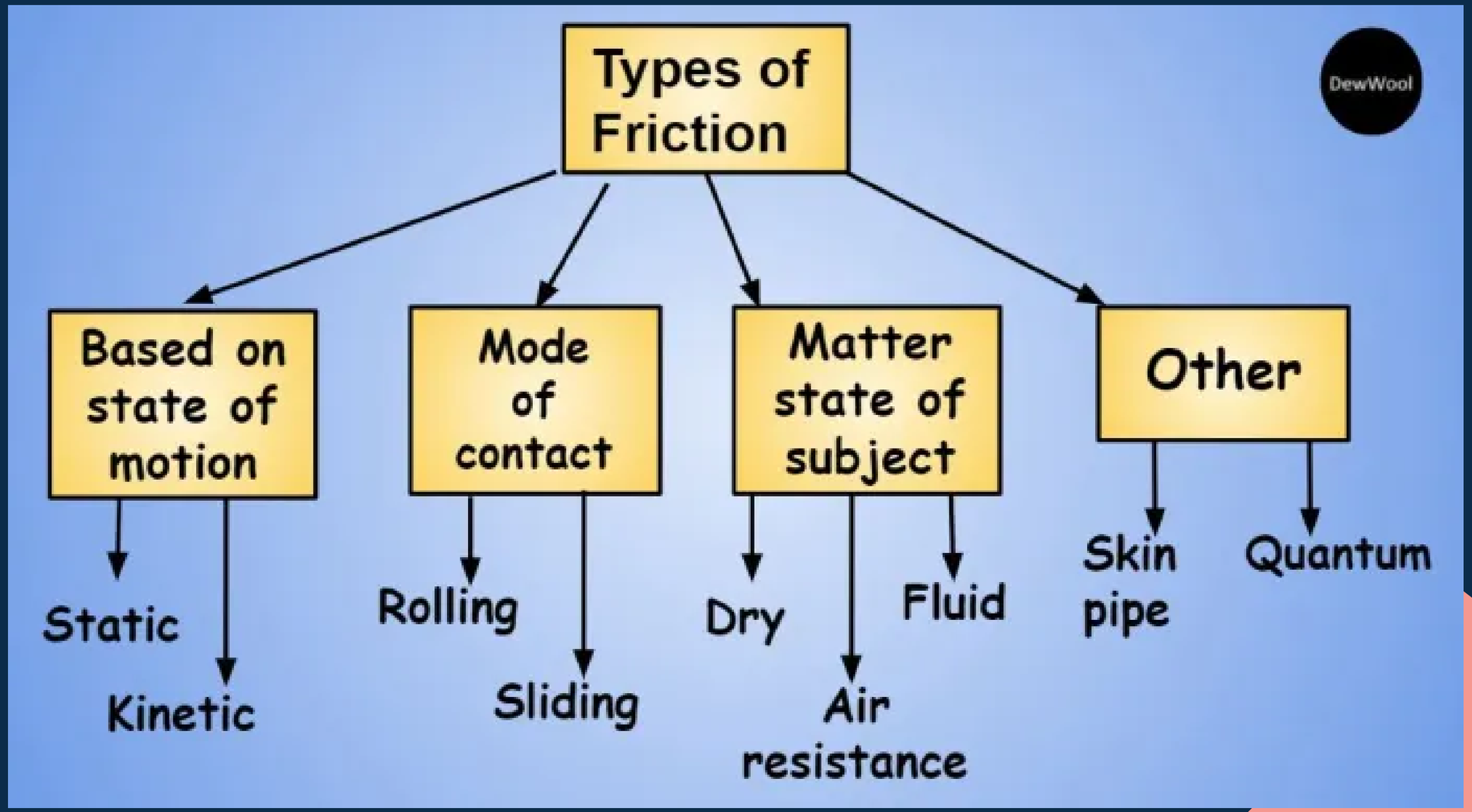
คำถาม

ชั้นวางของถูกยึดไว้กับพื้นอย่างแน่นหนา คนงานพยายามออกแรงผลักชั้นวางของนี้ ในขณะที่ตนเองอยู่บนพื้นลื่น เปียกน้ำ และใส่รองเท้าแตะ ข้อใดคือสิ่งที่จะเกิดขึ้น

มีแรงใดบ้างที่กระทำกับชั้นวางของ ?

มีแรงใดบ้างที่กระทำกับชั้นคนงาน ?

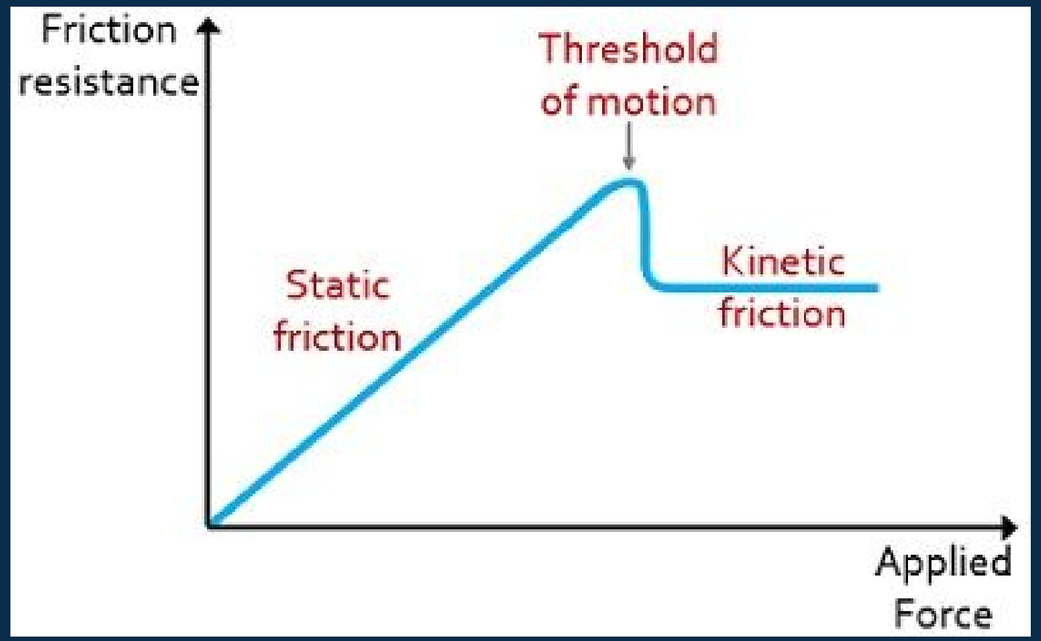
ประเภทของแรงเสียดทาน



แรงเสียดทานแบ่งตามสถานะการเคลื่อนที่ได้เป็น

แรงเสียดทานสถิต (Static friction: f_s)
เกิดขึ้นในขณะที่วัตถุอยู่นิ่งจนถึงเริ่มเคลื่อนที่ มีค่าแปรผันตามแรงที่กระทำต่อวัตถุ และมีค่าสูงสุดเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่พอดี

แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic friction: f_k)
เกิดขึ้นในขณะที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่



แรงเสียดทานสถิต

ขนาดของแรงเสียดทานสถิต หาได้จาก

$$f_s = \mu_s N$$ (ตำราต่างประเทศนิยมใช้ $f_s = \mu_s F_N$) โดยที่

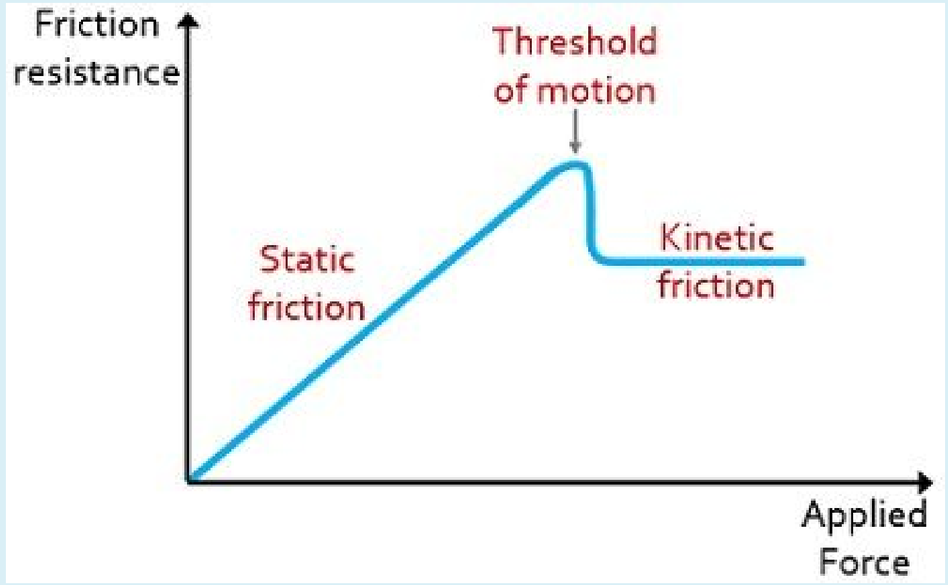
f_s คือ ขนาดของแรงเสียดทานสถิตในหน่วยนิวตัน (N) ** แรงเสียดทานเป็นแรงประเภทหนึ่ง

μ_s คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต ไม่มีหน่วย เป็นค่าเฉพาะของพื้นผิวคู่ใด ๆ เช่น

- อะลูมิเนียม+เหล็ก = 0.61
- ไม้+ไม้ = 0.2-0.5
- เทฟลอน+เหล็ก = 0.04

สัมประสิทธิ์ความเสียดทานโดยทั่วไปมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1
แต่อาจมีค่ามากกว่า 1 ได้สำหรับวัตถุที่มีพื้นผิวขรุขระมาก ๆ

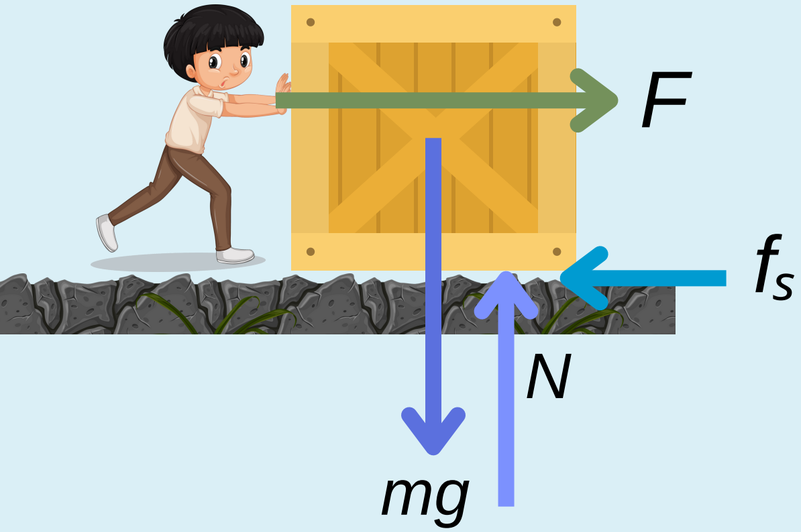
N หรือ F_N คือแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส



สูตร $f_s = \mu_s N$ ใช้คำนวณในขณะที่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่พอดีเท่านั้น หากออกแรงผลักแล้ววัตถุไม่เคลื่อนที่แรงเสียดทานสถิตจะเปลี่ยนแปลงไปตามแรงที่ผลัก

ตัวอย่าง

ออกแรงผลักลังไม้มวล 20 kg บนพื้นถนน กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างลังไม้กับพื้นถนนเท่ากับ 0.6 จะต้องออกแรงเท่าใดจึงจะทำให้กล่องเริ่มเคลื่อนที่



พิจารณาเฉพาะแรงที่กระทำต่อลังไม้*

ลังไม้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง* ดังนั้น

$$N = mg = 20 \times 9.81 = 196.2\,\mathrm{N}$$

ลังไม้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวราบ** ดังนั้น

$$F = f_s = \mu_s N$$

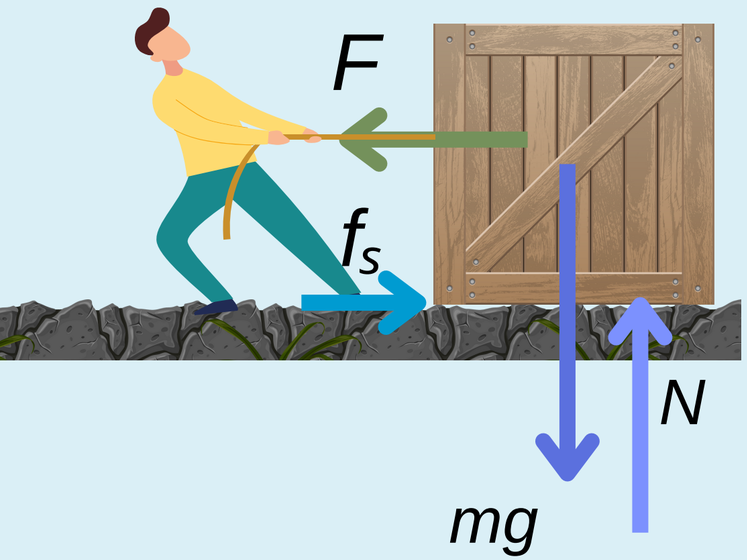
$$F = 0.6 \times 196.2 = 117.72\,\mathrm{N}$$

* พิจารณาแรงที่กระทำต่อคนด้วยก็ได้แต่จะไม่ได้คำตอบที่ต้องการ

** เริ่มเคลื่อนที่พอดีแปลว่ายังไม่เคลื่อนที่ แรงลัพธ์ยังคงเป็น *0*

ตัวอย่าง

ออกแรงลากกล่องมวล 50 kg ไปบนพื้นถนน พบว่าต้องใช้แรง 250 N จึงจะทำให้กล่องเริ่มเคลื่อนที่ จงหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างกล่องใบนี้กับพื้นถนน



พิจารณาแรงที่กระทำต่อกล่อง

กล่องไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง ดังนั้น

$$N = mg = 50 \times 9.81 = 490.5 \text{ N}$$

กล่องไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวราบ ดังนั้น

$$F = f_s = \mu_s N$$

$$250 = \mu_s(490.5)$$

$$\mu_s = \frac{250}{490.5} = 0.51$$

แรงเสียดทานจลน์

ขนาดของแรงเสียดทานจลน์ หาได้จาก

$$f_k = \mu_k N$$ (ตำราต่างประเทศนิยมใช้ $f_k = \mu_k F_N$) โดยที่

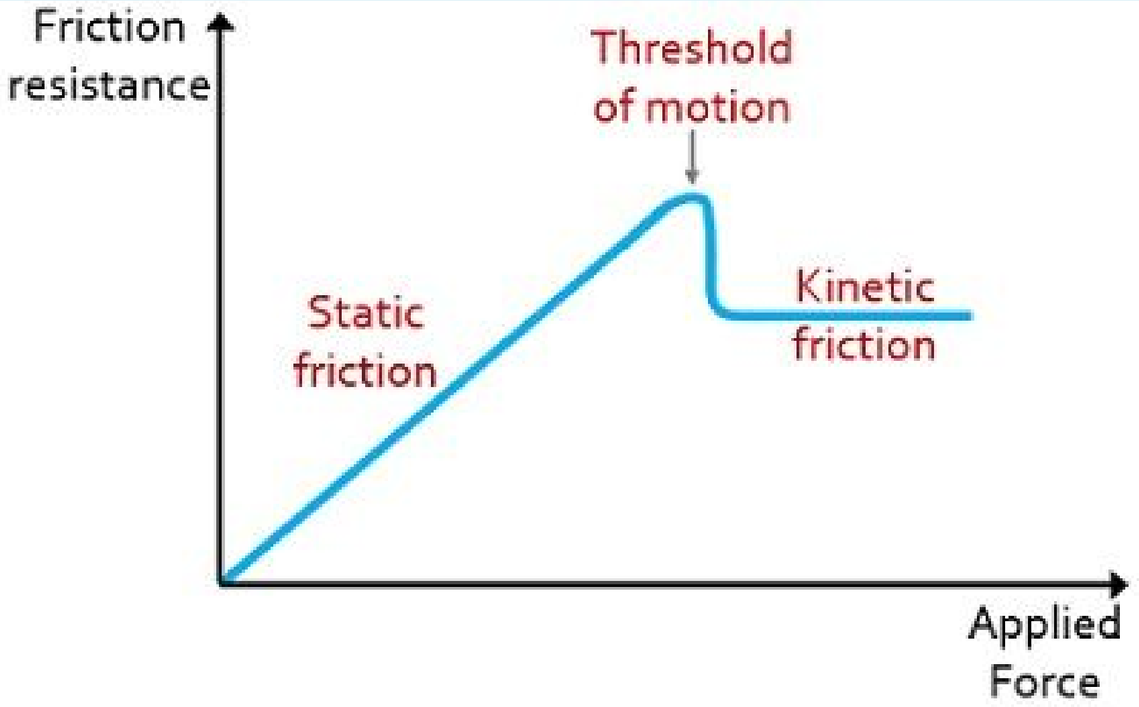
f_k คือ ขนาดของแรงเสียดทานจลน์ในหน่วยนิวตัน (N) ** แรงเสียดทานเป็นแรงประเภทหนึ่ง

μ_k คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ ไม่มีหน่วย เป็นค่าเฉพาะของพื้นผิวคู่ใด ๆ

$\mu_s > \mu_k$ เสมอสำหรับพื้นผิวสัมผัสคู่ใด ๆ

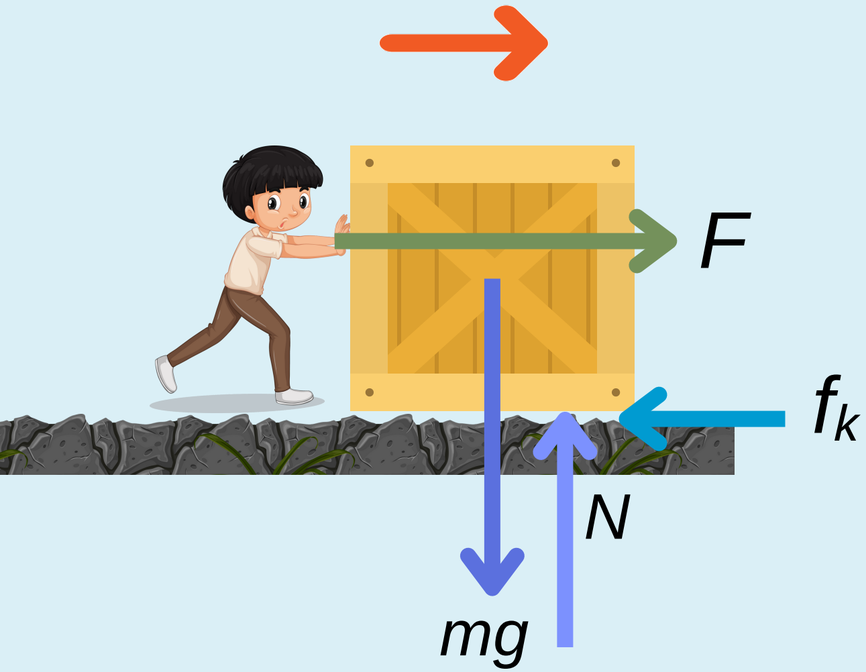
N หรือ F_N คือแรงปฏิกิริยาในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส

สังเกตว่าการลากวัตถุใด ๆ บนพื้นผิวที่ไม่เรียบ จะต้องออกแรงให้มากกว่าแรงเสียดทานสถิต เพื่อให้วัตถุเคลื่อนที่ออกไปได้ และหลังจากวัตถุเคลื่อนที่ออกไปแล้วจะใช้แรงที่น้อยลงในการทำให้วัตถุเคลื่อนที่ต่อไปได้บนพื้นผิวเดิม



ตัวอย่าง

จงหาขนาดของแรงเสียดทานจลน์ที่กระทำต่อลังไม้มวล 20 kg ในขณะที่ลังไม้เคลื่อนที่ไปบนพื้นที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.2 ด้วยความเร็วคงที่



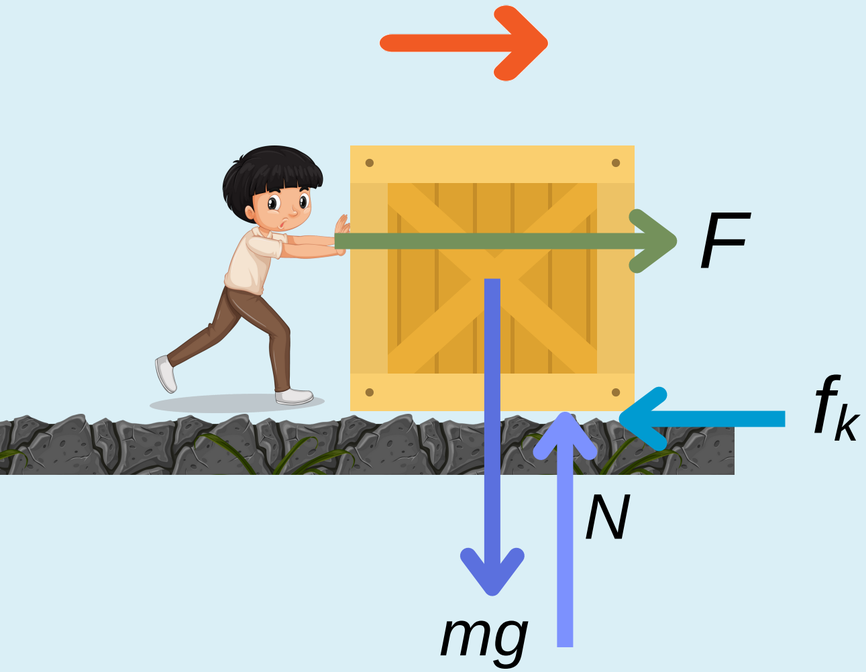
$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$$

ใช้สูตรลัดได้เฉพาะการเคลื่อนที่บนพื้นราบเท่านั้น

$$f_k = 0.2 \times 20 \times 9.81 = 39.24\,\mathrm{N}$$

ตัวอย่าง

ออกแรงสม่ำเสมอขนาด 50 N ผลักลังไม้มวล 20 kg ที่กำลังเคลื่อนที่อยู่บนพื้น จงหาความเร่งของลังไม้นี้ เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างลังไม้กับพื้นเท่ากับ 0.2



$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg$$

$$f_k = 0.2 \times 20 \times 9.81 = 39.24\,\mathrm{N}$$

ถ้าผลักด้วยแรงที่มากกว่า 39.24 N
ลังไม้จะเคลื่อนที่ออกไปด้วยความเร่ง

$$\sum F = ma$$

$$50 - 39.24 = 20a$$

$$a = 0.538\ m/s^2$$

ตัวอย่าง

วัตถุมวล 10 kg วางอยู่บนพื้น ระหว่างวัตถุกับพื้นมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.6 และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.5

$$f_s = \mu_s mg = 0.6 \times 10 \times 9.81 = 58.86\,\mathrm{N}$$

$$f_k = \mu_k mg = 0.5 \times 10 \times 9.81 = 49.05\,\mathrm{N}$$

หากวัตถุนี้หยุดนิ่ง ต้องออกแรงอย่างน้อย 58.86 N จึงจะทำให้วัตถุนี้เคลื่อนที่ไปได้
หากออกแรงน้อยกว่านั้นวัตถุจะไม่เคลื่อนที่ และแรงเสียดทานสถิตจะเท่ากับแรงผลัก

$$\left.\begin{aligned} F = 20\,\mathrm{N} &\rightarrow f_s = 20\,\mathrm{N} \\ F = 40\,\mathrm{N} &\rightarrow f_s = 40\,\mathrm{N} \\ F = 50\,\mathrm{N} &\rightarrow f_s = 50\,\mathrm{N} \end{aligned}\right\} \sum F = 0$$

$$f_s = \mu_s mg = 0.6 \times 10 \times 9.81 = 58.86\,\mathrm{N}$$

$$f_k = \mu_k mg = 0.5 \times 10 \times 9.81 = 49.05\,\mathrm{N}$$

กรณีที่วัตถุเคลื่อนที่ออกไปแล้ว

- หากออกแรงสม่ำเสมอขนาด 49.05 N พอดี วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ และ $\sum F = 0$
- หากออกแรงสม่ำเสมอมากกว่า 49.05 N วัตถุจะมีความเร่งเป็นบวก ซึ่งจะเคลื่อนที่เร็วขึ้น
- หากออกแรงสม่ำเสมอน้อยกว่า 49.05 N วัตถุจะมีความเร่งเป็นลบ ซึ่งจะเคลื่อนที่ช้าลงจนหยุดในที่สุด
- หากวัตถุกลับมาหยุดนิ่ง (ความเร็วลดลงจนเป็น 0) จะต้องออกแรงใหม่อย่างน้อย 58.86 N เพื่อให้วัตถุกลับมาเคลื่อนที่อีกครั้ง

ทำแบบฝึกหัด 4.3
(1 ข้อ)

* ไม่เฉลย *

M TION & FORCE

อาจารย์ ดร.พงศ์ระพี แก้วไทรฮะ
คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

https://bit.ly/pongrapee