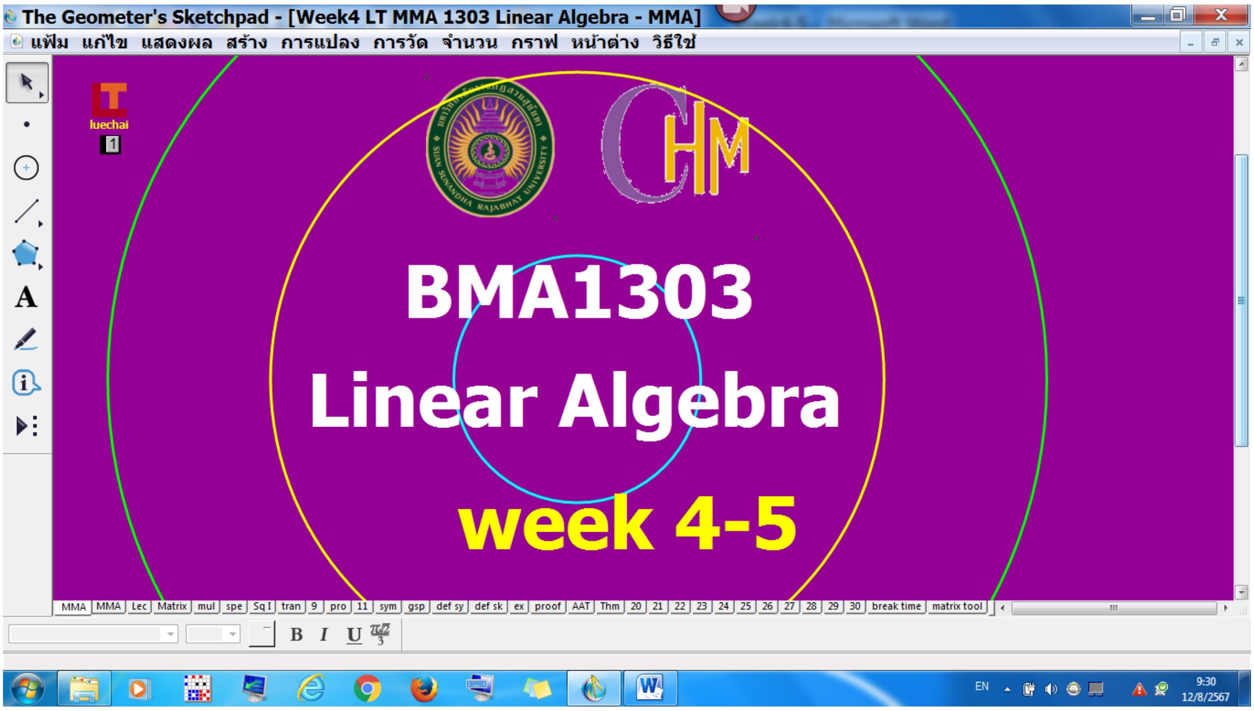
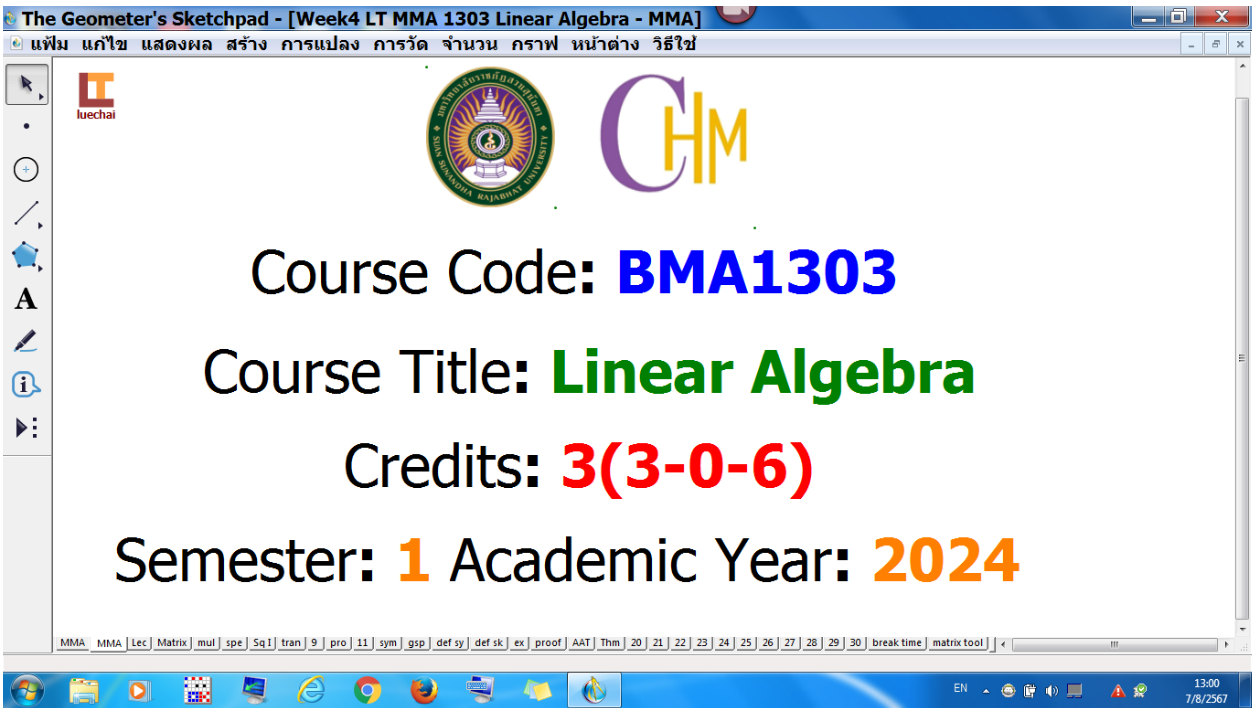
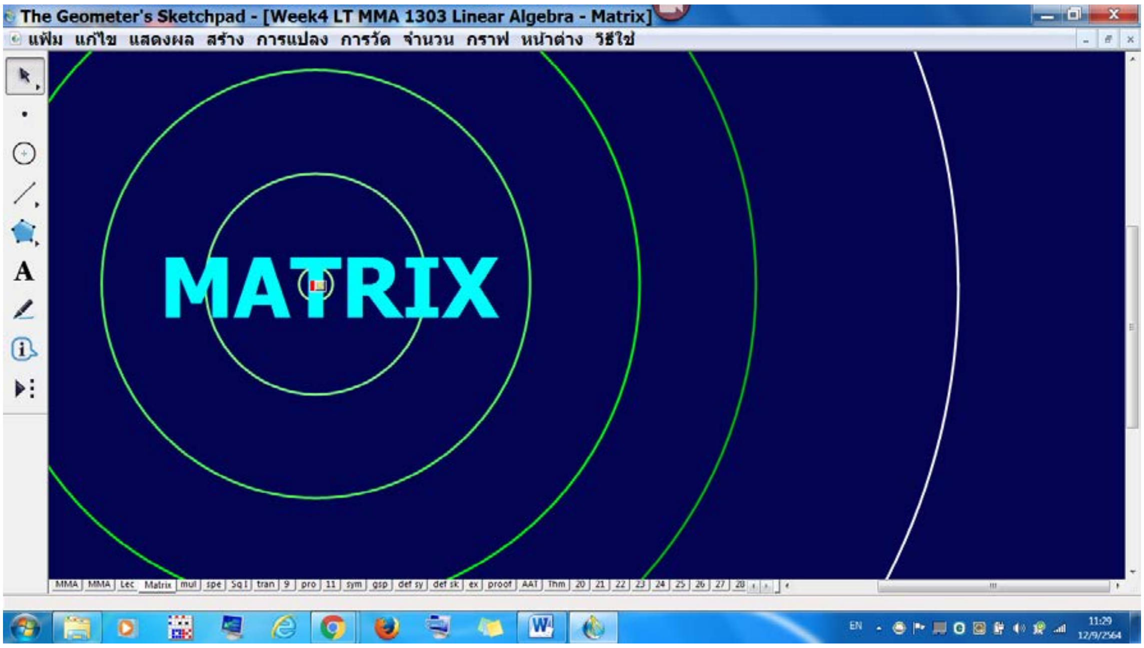
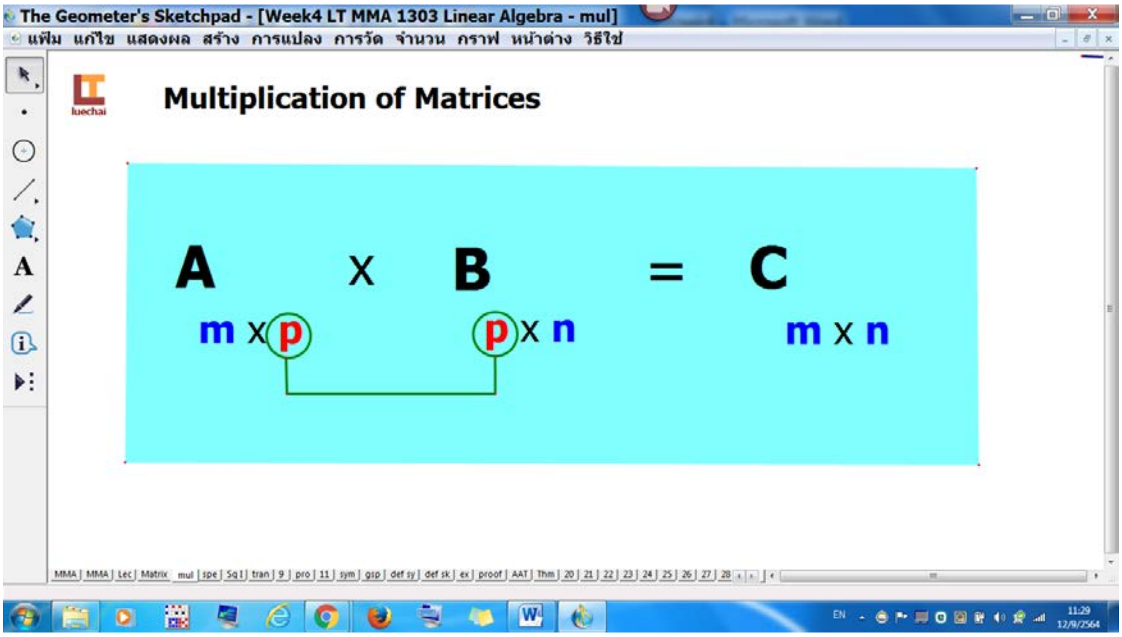
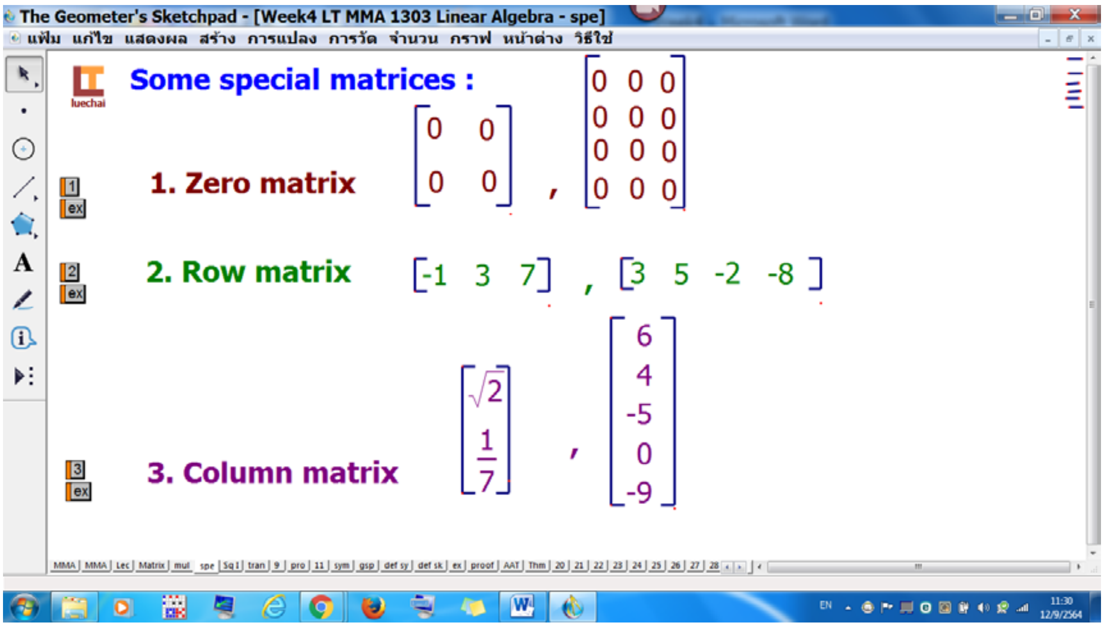

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - MMA]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
luechai
BMA1303
Linear Algebra
week 4-5

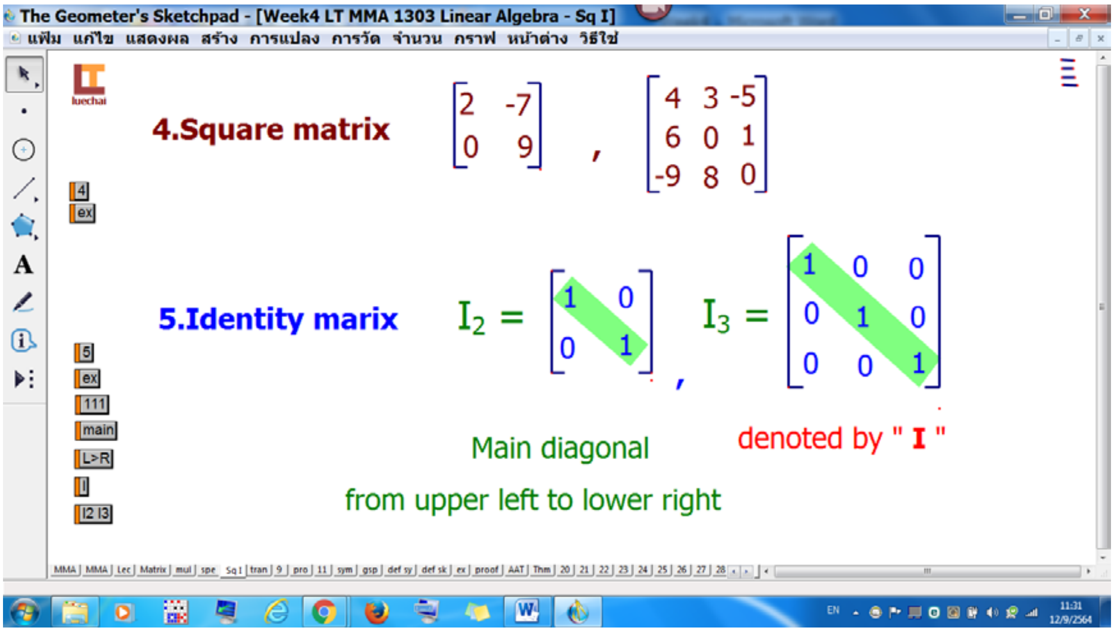

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - MMA]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
luechai
Course Code: BMA1303
Course Title: Linear Algebra
Credits: 3(3-0-6)
Semester: 1 Academic Year: 2024

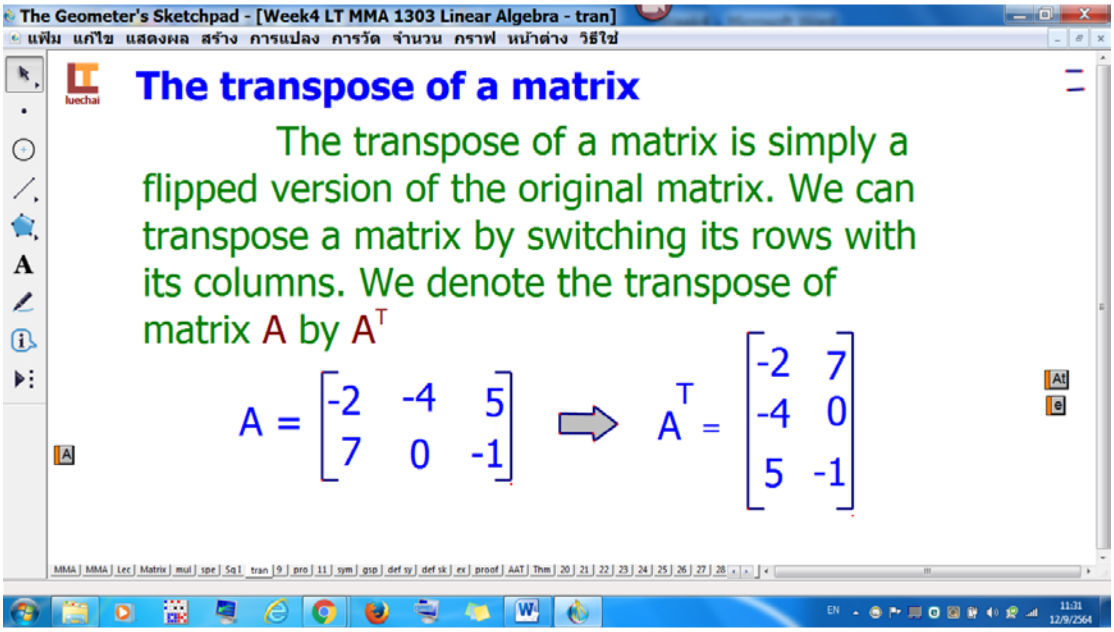

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - Lec]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
Lecturer responsible for this course:
Mr.Luechai Tiprungsri
Room Number: 305
Tel.: 081-972-5793
Email: luechai.ti@ssru.ac.th

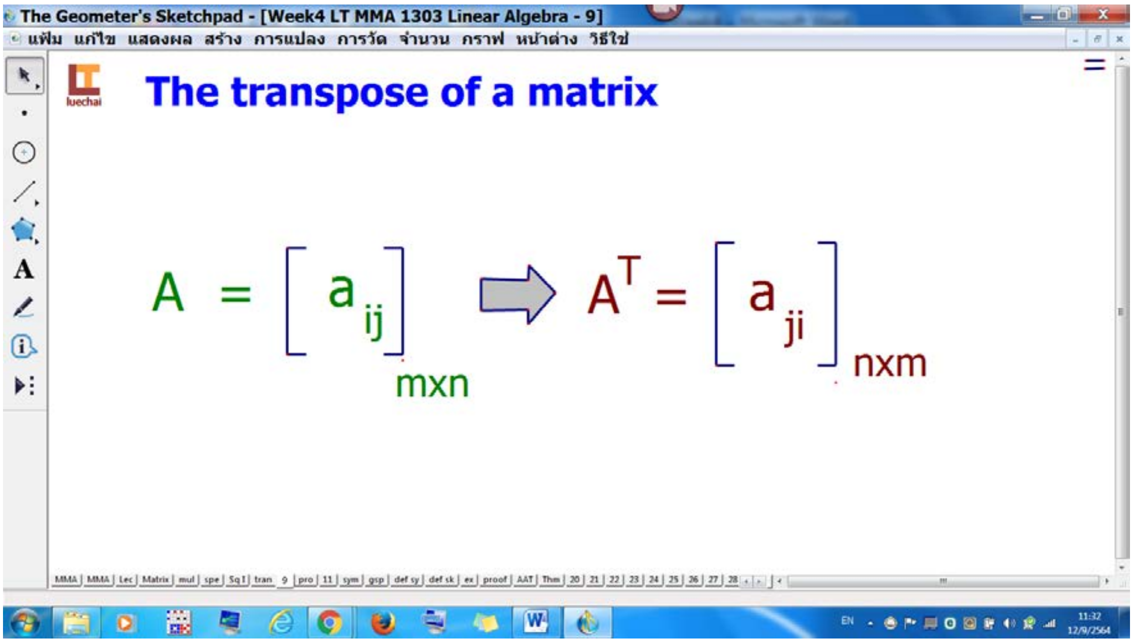

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - Matrix]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
MATRIX

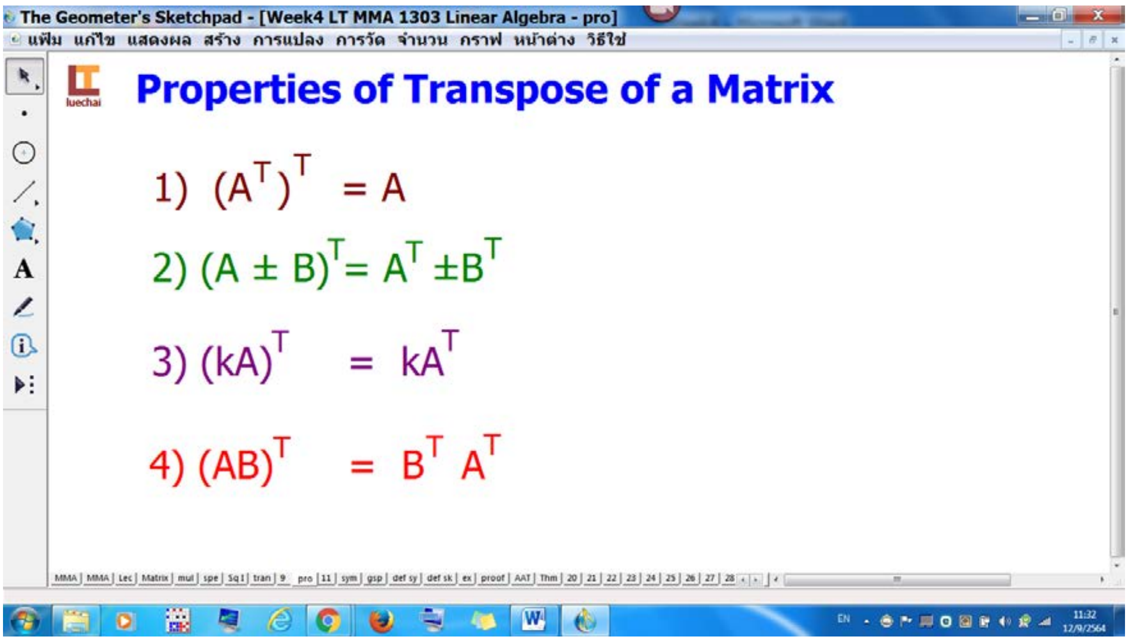

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - mul]
Multiplication of Matrices
A x B = C
m x p
p x n
m x n


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - spe]
Some special matrices :
1. Zero matrix
2. Row matrix
[-1 3 7] , [3 5 -2 -8]
3. Column matrix


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - Sq I]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
4.Square matrix
$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 6 & 0 & 1 \\ -9 & 8 & 0 \end{bmatrix}$
5.Identity marix
$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Main diagonal
denoted by " I "
from upper left to lower right


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - tran]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
The transpose of a matrix
The transpose of a matrix is simply a flipped version of the original matrix. We can transpose a matrix by switching its rows with its columns. We denote the transpose of matrix A by A^T
$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 5 \\ 7 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} -2 & 7 \\ -4 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 9]
The transpose of a matrix
$A = [a_{ij}]_{m \times n} \Rightarrow A^T = [a_{ji}]_{n \times m}$


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - pro]
Properties of Transpose of a Matrix
1) $(A^T)^T = A$
2) $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$
3) $(kA)^T = kA^T$
4) $(AB)^T = B^T A^T$

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 11]

Properties of Transpose of a Matrix

Transpose of a matrix is used in some of the linear transformations as they reveal some of the important properties of the transformation. Let's learn about some of the important properties of the transpose of a matrix:

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - sym]

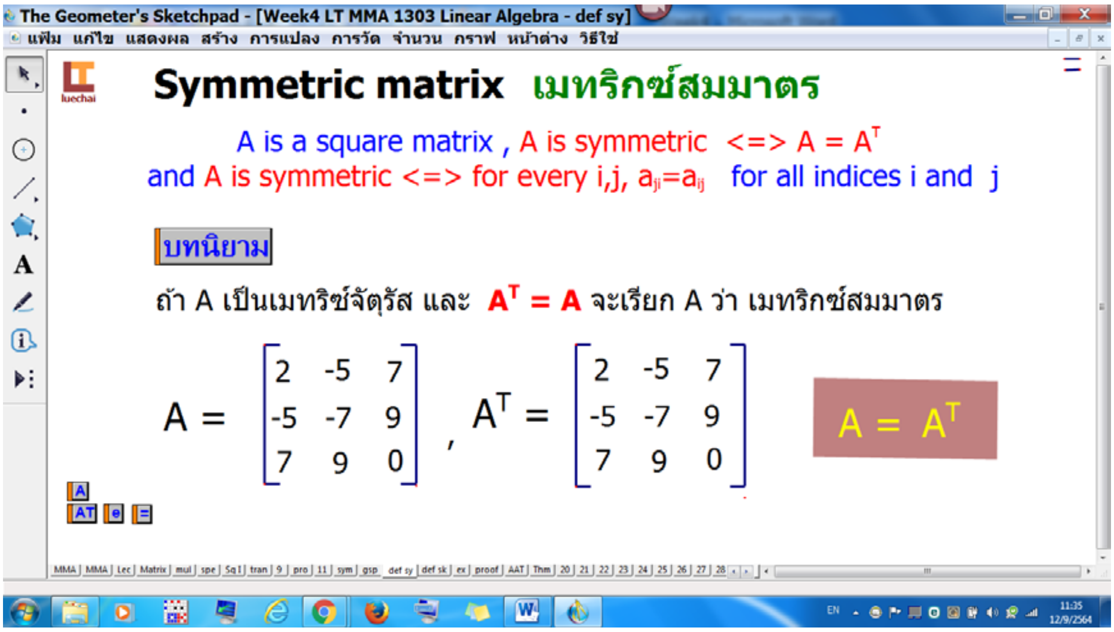
Symmetric matrix

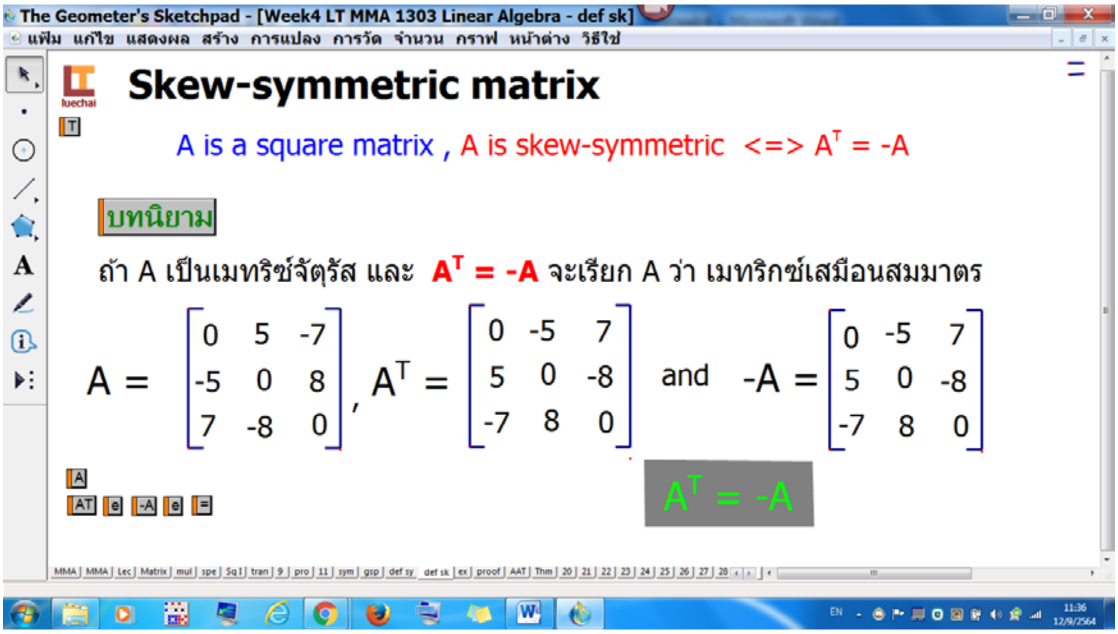
In linear algebra, a symmetric matrix is a square matrix that is equal to its transpose. Formally,

A is symmetric <=> $A = A^T$

Because equal matrices have equal dimensions, only square matrices can be symmetric.The entries of a symmetric matrix are symmetric with respect to the main diagonal. So if a_{ij} denotes the entry in the i^{th} row and j^{th} column then

A is symmetric <=> for every i,j, $a_{ji}=a_{ij}$ for all indices i and j


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - def sy]
Symmetric matrix เมทริกซ์สมมาตร
A is a square matrix , A is symmetric <=> A = A^T
and A is symmetric <=> for every i,j, a_ji=a_ij for all indices i and j
บทนิยาม
ถ้า A เป็นเมทริซ์จัตุรัส และ A^T = A จะเรียก A ว่า เมทริกซ์สมมาตร
A = [2 -5 7; -5 -7 9; 7 9 0] , A^T = [2 -5 7; -5 -7 9; 7 9 0]
A = A^T


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - def sk]
Skew-symmetric matrix
A is a square matrix , A is skew-symmetric <=> A^T = -A
บทนิยาม
ถ้า A เป็นเมทริซ์จัตุรัส และ A^T = -A จะเรียก A ว่า เมทริกซ์เสมือนสมมาตร
A = [0 5 -7; -5 0 8; 7 -8 0] , A^T = [0 -5 7; 5 0 -8; -7 8 0] and -A = [0 -5 7; 5 0 -8; -7 8 0]
A^T = -A

Example

Given that $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -7 \\ -5 & 7 & -2 \\ 4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ find $A + A^T$ and $A - A^T$

Solution

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 4 \\ 1 & 7 & 8 \\ -7 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A + A^T = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -3 \\ -4 & 14 & 6 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$ Symmetric matrix

$$A - A^T = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -11 \\ -6 & 0 & -10 \\ 11 & 10 & 0 \end{bmatrix}$$ Skew-symmetric matrix

If A is a square matrix, Prove that $A+A^T$ is symmetric matrix and $A-A^T$ is skew-symmetric matrix

Proof

Let $B = A + A^T$

hence, $B^T = (A + A^T)^T$

$= A^T + (A^T)^T$

$= A^T + A$

$= A + A^T = B$

Therefore, $A+A^T$ is symmetric

Let $C = A - A^T$

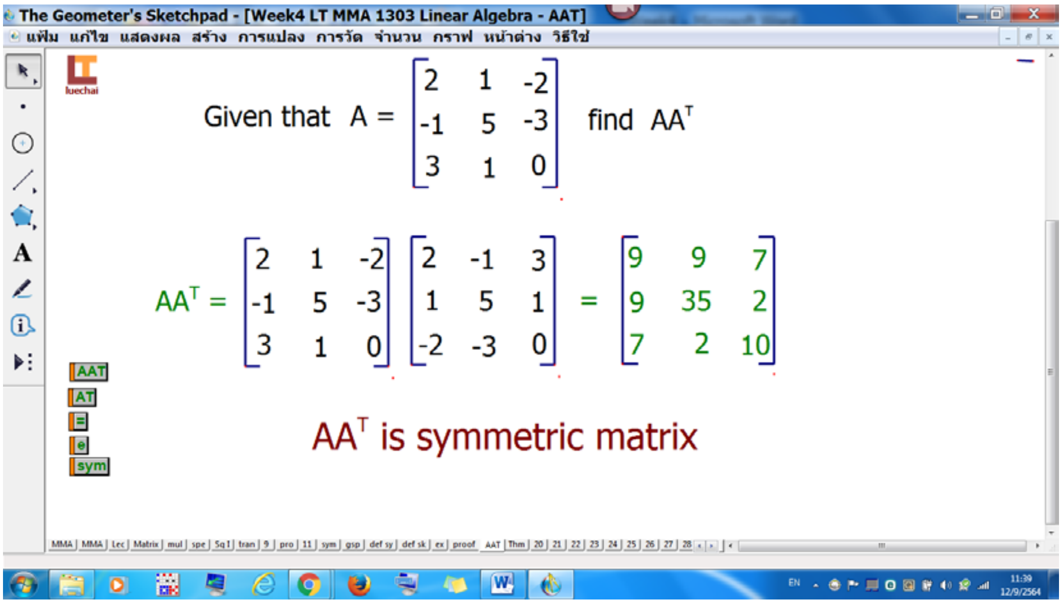
hence, $C^T = (A - A^T)^T$

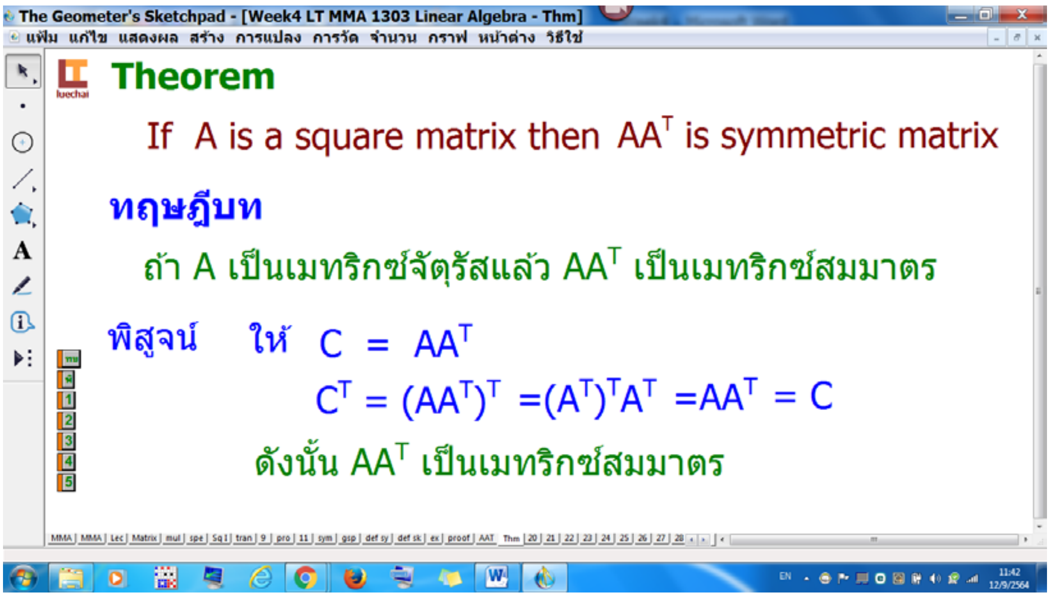
$= A^T - (A^T)^T$

$= A^T - A$

$= -(A - A^T) = -C$

Therefore, $A-A^T$ is skew-symmetric


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - AAT]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
Given that $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ find AA^T
$AA^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 7 \\ 9 & 35 & 2 \\ 7 & 2 & 10 \end{bmatrix}$
AAT
AT
sym
AA^T is symmetric matrix


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - Thm]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
Theorem
If A is a square matrix then AA^T is symmetric matrix
ทฤษฎีบท
ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสแล้ว AA^T เป็นเมทริกซ์สมมาตร
พิสูจน์ ให้ $C = AA^T$
$C^T = (AA^T)^T = (A^T)^T A^T = AA^T = C$
ดังนั้น AA^T เป็นเมทริกซ์สมมาตร

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 20]

Determinant of Matrices

The determinant of a matrix is a real number that can be calculated from the square matrix.

The determinant of matrix A denote by det(A) or $|A|$

The determinant of a 1x1 matrix

$A = [a]$ det(A) = a or $|A| = a$ or $|a| = a$

$B = [5]$ det(B) = 5 or $|B| = 5$ or $|5| = 5$

$C = [-2]$ det(C) = -2 or $|C| = -2$ or $|-2| = -2$

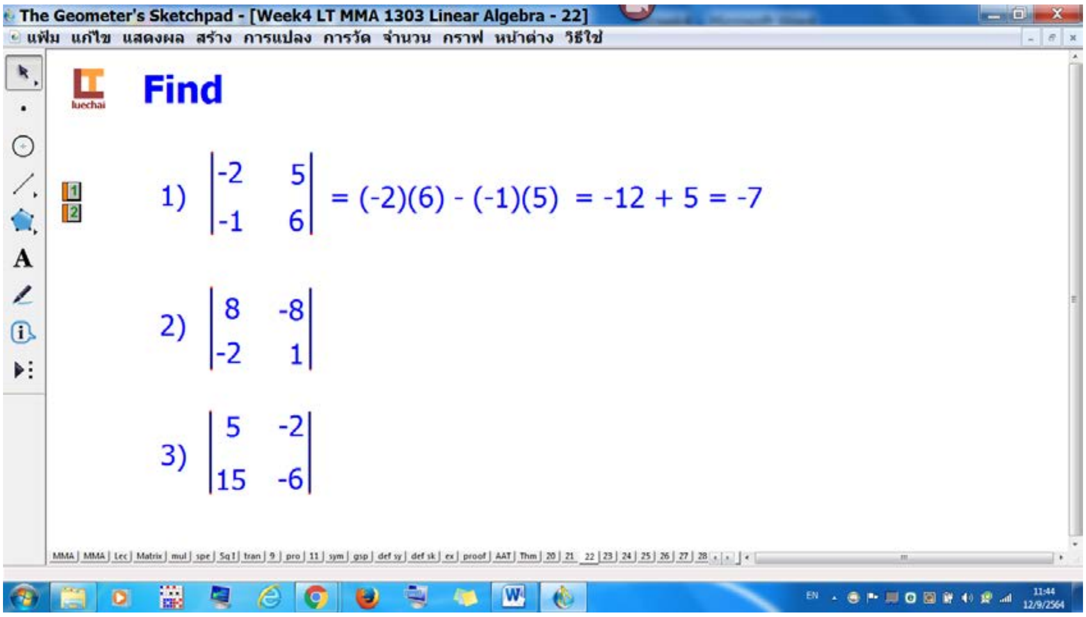
The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 21]

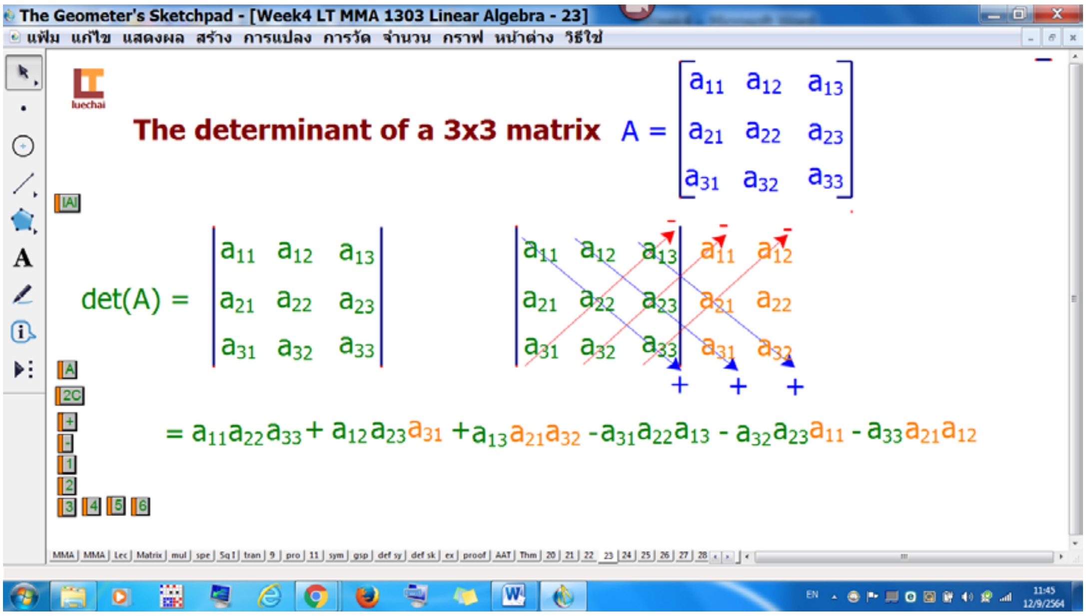
Definition of the determinant of a 2x2 matrix

The determinant of the matrix $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ is given by

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

If $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ then $\det(A) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 22]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
Find
1) $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = (-2)(6) - (-1)(5) = -12 + 5 = -7$
2) $\begin{vmatrix} 8 & -8 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$
3) $\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 15 & -6 \end{vmatrix}$


The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 23]
แฟ้ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด จำนวน กราฟ หน้าต่าง วิธีใช้
The determinant of a 3x3 matrix $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$
$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$
$- \quad - \quad -$
$+ \quad + \quad +$
$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 24]

Find

1) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & -4 & -2 \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

The Geometer's Sketchpad - [Week4 LT MMA 1303 Linear Algebra - 25]

Find

4) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -4 \\ 2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$

6) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}$