

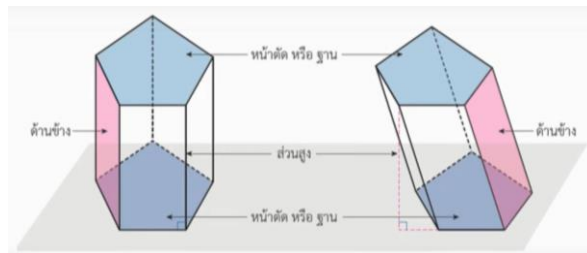
การสร้างปริซึมตรงและรูปคลี่ด้วย GeoGebra

GeoGebra เป็นแอปพลิเคชันเชิงโต้ตอบ (interactive application) ที่ใช้สำหรับการเรียนรู้แนวคิดทางเรขาคณิต พีชคณิต สถิติ และแคลคูลัส ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมหาวิทยาลัย GeoGebra สามารถรองรับได้หลายแพลตฟอร์ม เช่น เดสก์ทอป แท็บเล็ต และเว็บไซต์

ปริซึมและรูปคลี่

ปริซึม (Prism) คือ รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ถ้าส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของฐานเป็นเส้นตั้งฉาก ด้านข้างของปริซึมจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า **ปริซึมตรง** (รูปที่ 1 ก.) สำหรับปริซึมที่ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของฐานเป็นเส้นเอียง จะมีด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า **ปริซึมเอียง** (รูปที่ 1 ข.)

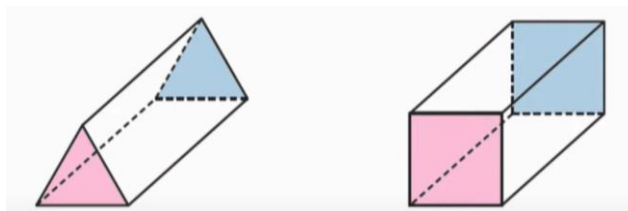


ก. ปริซึมตรง

ข. ปริซึมเอียง

รูปที่ 1 ส่วนประกอบของปริซึม

การเรียกชื่อปริซึมจะเรียกตามลักษณะของฐานของปริซึมนั้น ๆ เช่น ปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า (รูปที่ 2 ก.) ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส (รูปที่ 2 ข.)

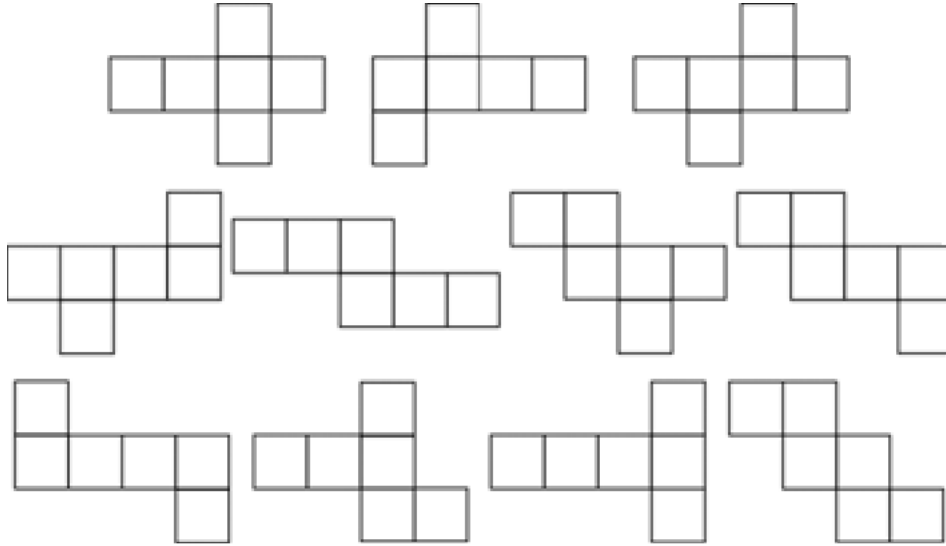


ก. ปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า ข. ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปที่ 2 การเรียกชื่อปริซึมตามลักษณะของฐาน

รูปคลี่ของปริซึม

รูปคลี่ของปริซึม (Net of a Prism) คือ รูปเรขาคณิตสองมิติที่เรียงต่อกันแล้วนำมาพับให้เป็นปริซึม เช่น รูปคลี่ของลูกบาศก์ ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 6 รูป ที่จัดเรียงต่อกันได้ 11 รูปแบบ ดังรูปที่ 3

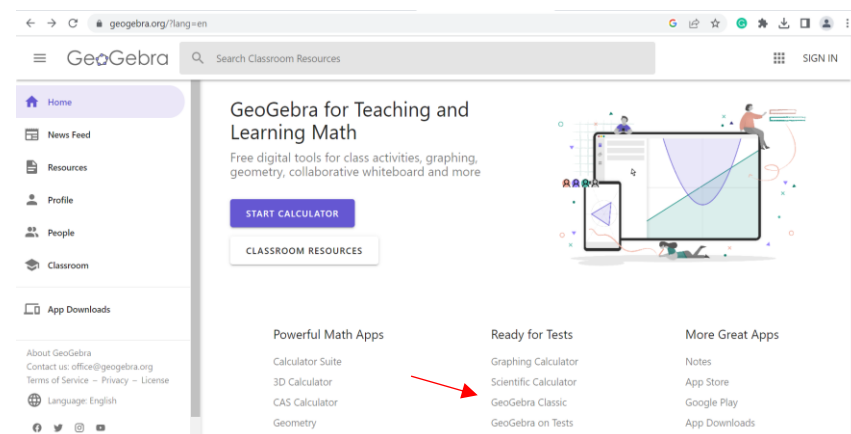


รูปที่ 3 รูปคลี่ของลูกบาศก์

การสร้างปริซึมและรูปคลี่ของปริซึมด้วย GeoGebra

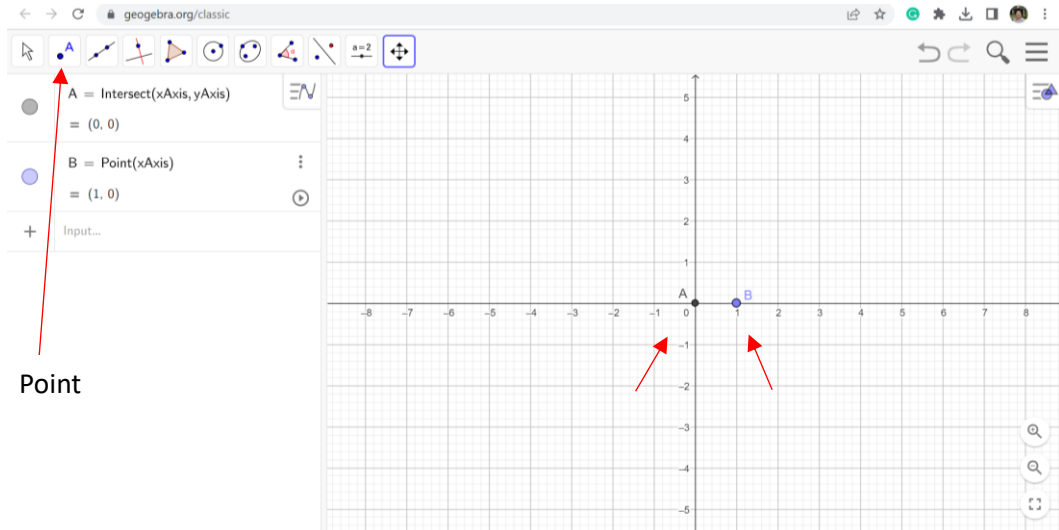
การใช้ GeoGebra ในการสร้างปริซึมและรูปคลี่ของปริซึมมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ไปที่เว็บไซต์ <https://www.geogebra.org> และเลือกโปรแกรม GeoGebra Classic ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 การเลือกโปรแกรม GeoGebra Classic

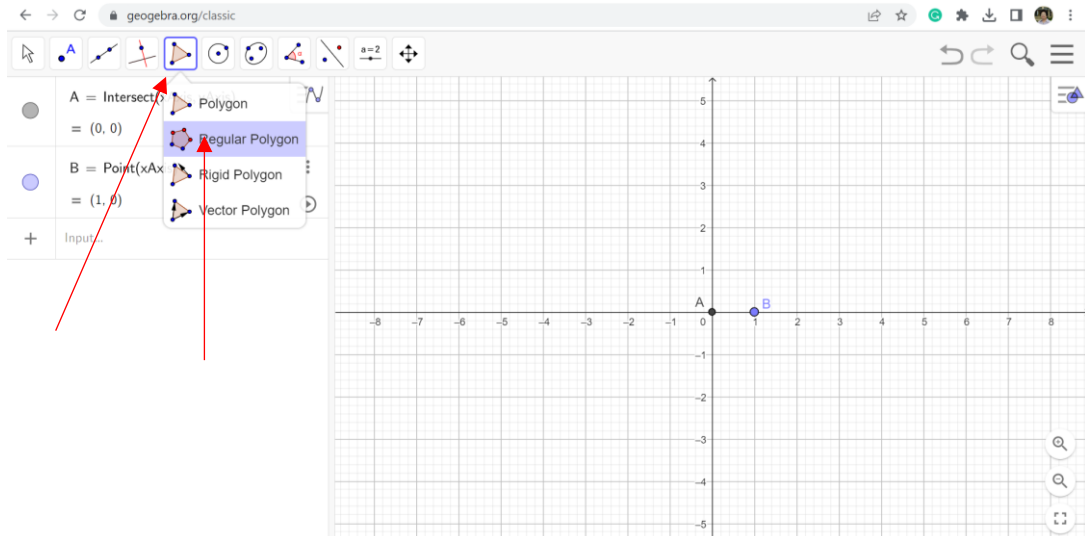
ขั้นที่ 2 คลิกที่โปรแกรม GeoGebra Classic จะปรากฏหน้าจอการทำงานที่ประกอบด้วยเครื่องมือและตารางกราฟในการสร้างงาน เลือกเครื่องมือสร้างจุด (Point) และใช้เมาส์คลิกที่ตำแหน่งของจุดที่จะสร้างภาพ 2 จุด ดังรูปที่ 5



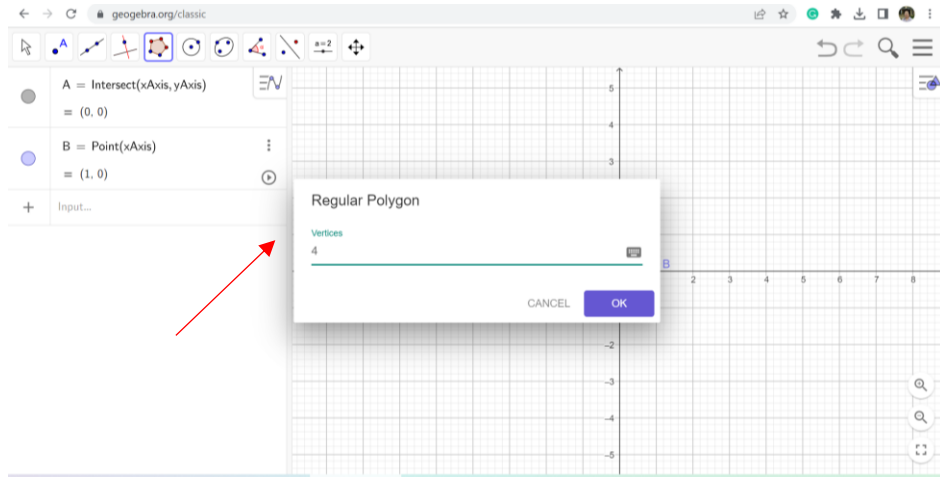
รูปที่ 5 หน้าจอการทำงานของ GeoGebra Classic และการกำหนดจุด 2 จุด

จากรูปที่ 5 ได้กำหนดจุดตัวอย่าง 2 จุด คือ $A(0,0)$ และ $B(1,0)$

ขั้นที่ 3 เลือกเครื่องมือสร้างรูปเหลี่ยม (Polygon) ประเภทรูปเหลี่ยมด้านเท่า (Regular Polygon) ดังรูปที่ 6 ก. แล้วใช้เมาส์คลิกที่จุด A และจุด B จะปรากฏกล่องข้อความโต้ตอบเกี่ยวกับจำนวนจุดยอดมุม ดังรูปที่ 6 ข.



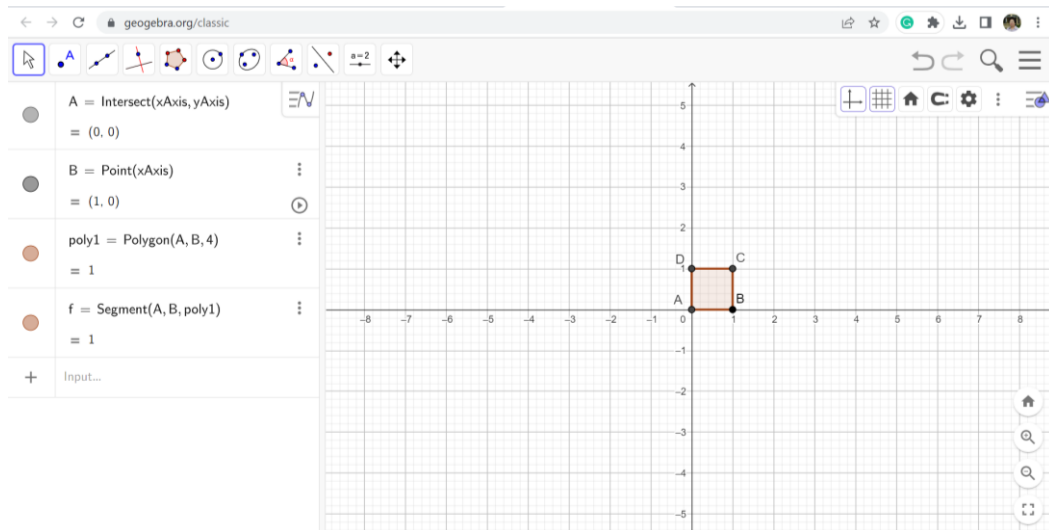
ก. การเลือกเครื่องมือสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า










ข. กล่องข้อความโต้ตอบเรื่องจุดยอดมุม (Vertices)

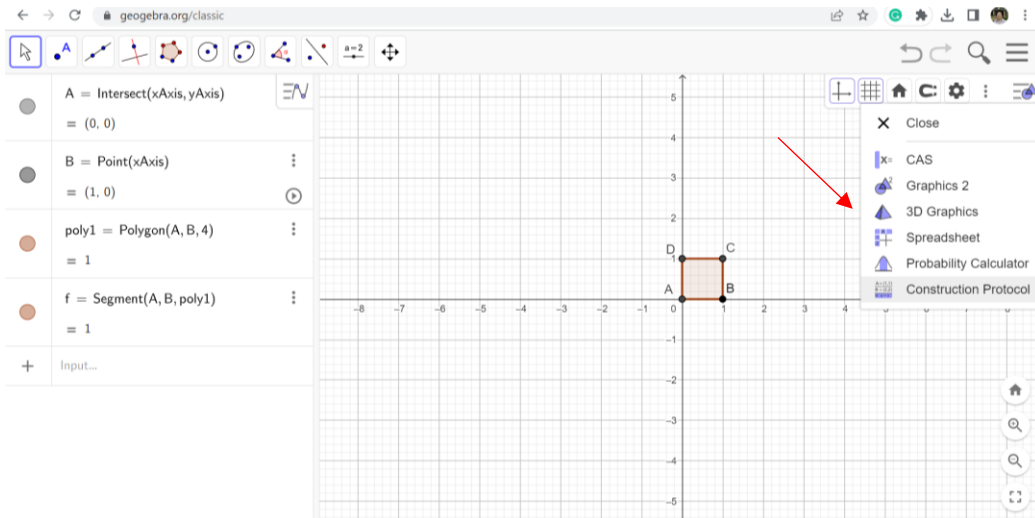
รูปที่ 6 การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า

ขั้นที่ 4 การสร้างฐานของปริซึมเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยกำหนดจุดยอดมุม 4 จุด และกดปุ่ม OK เพื่อตอบตกลง ซึ่งจะปรากฏจุดยอดมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ A, B, C, D และด้านที่เท่ากัน 4 ด้าน คือ $AB = BC = CD = DA$ ซึ่งยาวด้านละ 1 หน่วย ดังรูปที่ 7

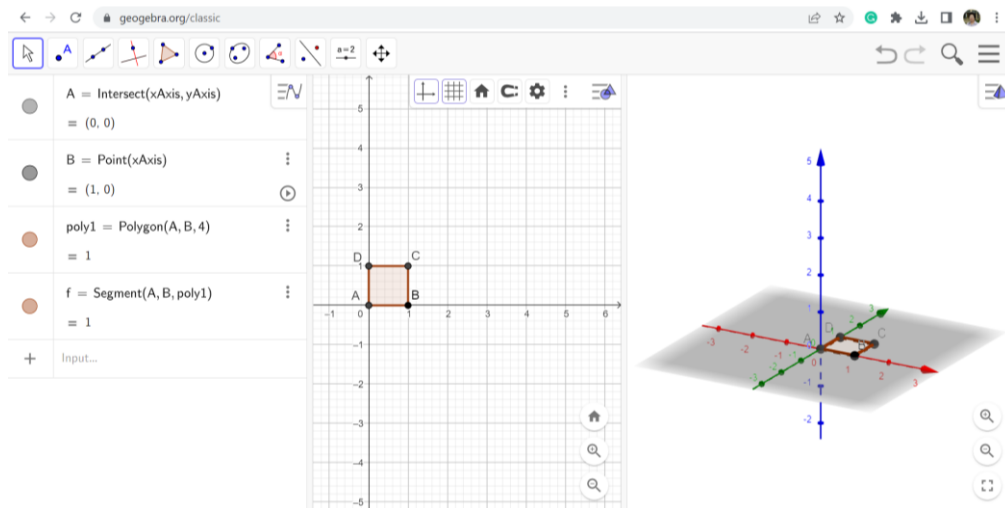


รูปที่ 7 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านแต่ละด้านยาว 1 หน่วย

ขั้นที่ 5 คลิก  ที่อยู่มุมขวาบน แล้วคลิก      จะปรากฏคำสั่งให้เลือก ดังรูปที่ 8 ก. เลือกคำสั่งสร้าง  3D Graphics จะปรากฏหน้าต่างของบริเวณที่จะสร้างภาพสามมิติ ดังรูปที่ 8 ข.




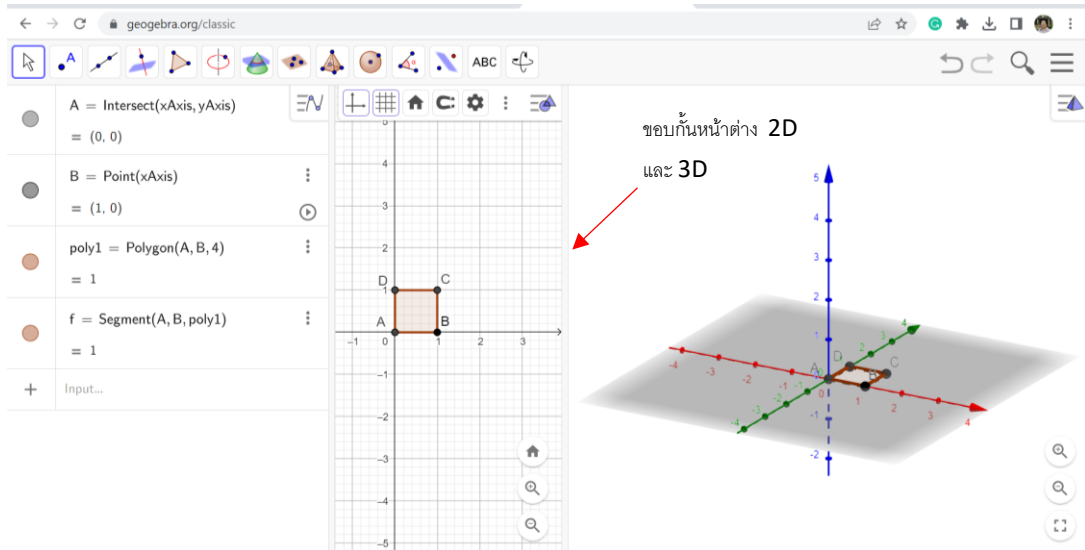
ก. คำสั่งการสร้างภาพสามมิติ



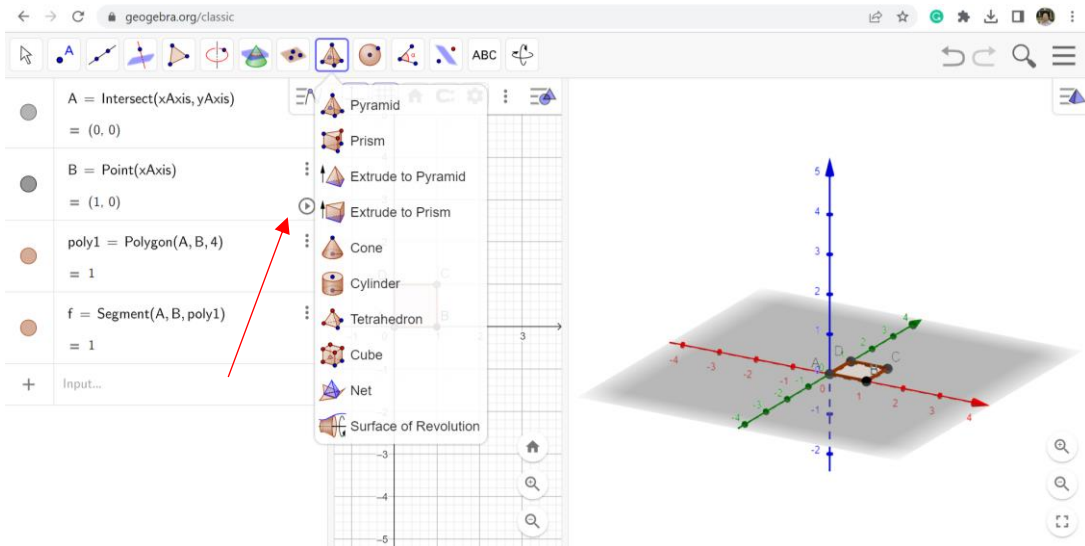
ข. หน้าต่างการสร้างภาพสามมิติ

รูปที่ 8 บริเวณที่จะสร้างภาพสามมิติ

ขั้นที่ 6 ปรับหน้าต่างของ 2D และ 3D โดยใช้เมาส์ลากที่ขอบกันของบริเวณทั้งสอง แล้วคลิกที่หน้าต่างของ 3D เพื่อให้มีเครื่องมือการสร้างภาพสามมิติปรากฏขึ้น ดังรูปที่ 9 ก. จากนั้นคลิกที่เครื่องมือ  แล้วเลือกคำสั่ง Extrude to Prism ดังรูปที่ 9 ข.



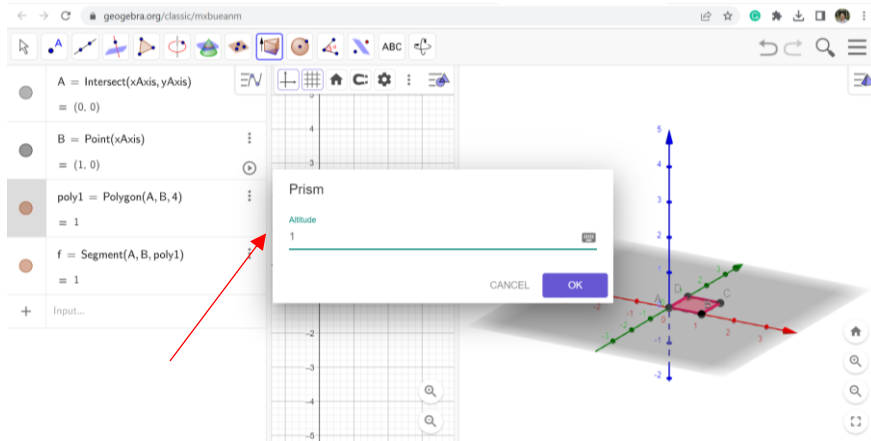
ก. ปรับหน้าต่างของ 2D และ 3D



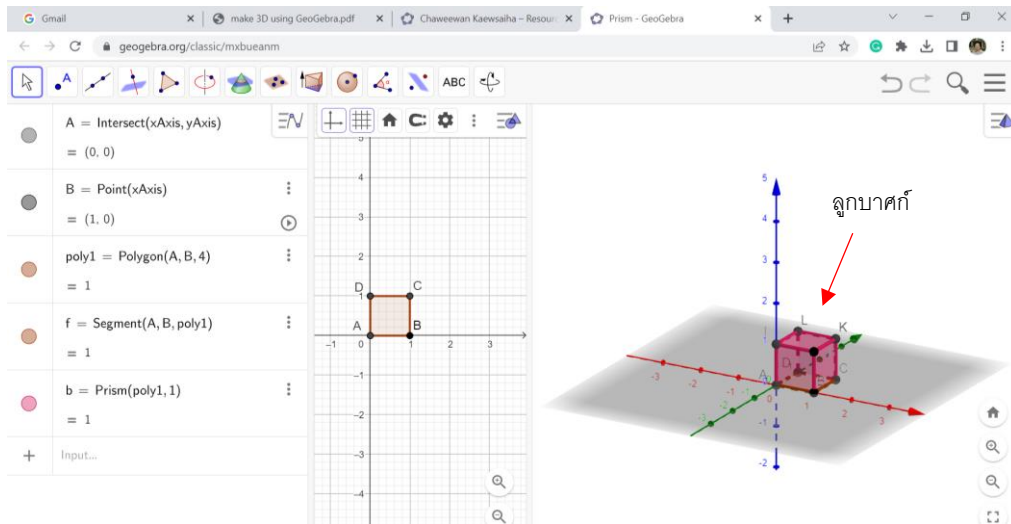
ข. เลือกคำสั่ง Extrude to Prism

รูปที่ 9 การปรับหน้าต่างและเลือกคำสั่งการสร้างปริซึมในบริเวณหน้าต่าง 3D

ขั้นที่ 7 การสร้างปริซึมบนฐานในหน้าต่าง 3D ให้นำเมาส์ที่เลือกคำสั่ง Extrude to Prism ไปคลิกที่ฐานของรูปที่จะสร้าง ในตัวอย่างนี้สร้างฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABCD$ ที่มีความยาวด้านละ 1 หน่วย เมื่อคลิกแล้วจะปรากฏกล่องข้อความโต้ตอบให้ระบุความสูง (altitude) ถ้าระบุความสูง 1 หน่วย ดังรูปที่ 10 ก. และกดปุ่ม OK เพื่อตอบตกลง รูปสามมิติที่ปรากฏ คือ ลูกบาศก์ที่มีความกว้าง ความยาว และ ความสูง เท่ากับ 1 หน่วย ดังรูปที่ 10 ข.





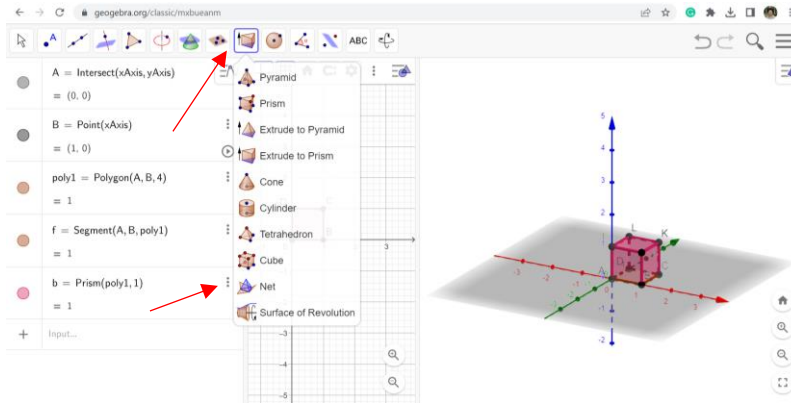
ก. เติมความสูงของปริซึมที่ต้องการ



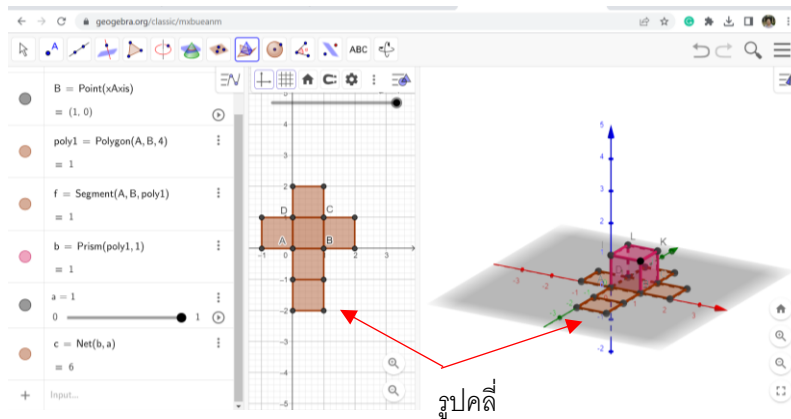
ข. ลูกบาศก์ที่มีความกว้าง ความยาว และความสูง 1 หน่วย

รูปที่ 10 การสร้างปริซึมในหน้าต่าง 3D

ขั้นที่ 8 การสร้างรูปคลี่ เลือกเครื่องมือ  และ  Net ดังรูปที่ 11 ก. แล้วคลิกที่รูปหลายเหลี่ยมในหน้าต่าง 3 D จะได้รูปคลี่ปรากฏขึ้นทั้งในหน้าต่าง 2D และ หน้าต่าง 3D ดังรูปที่ 11 ข.



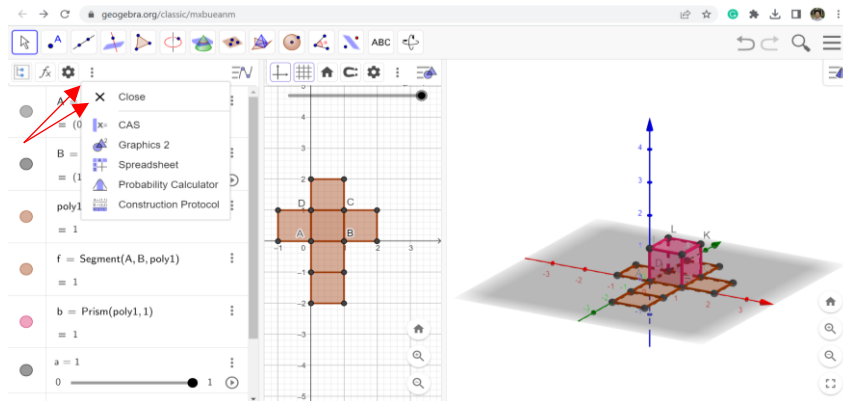
ก. การเลือกคำสั่งสร้างรูปคลี่



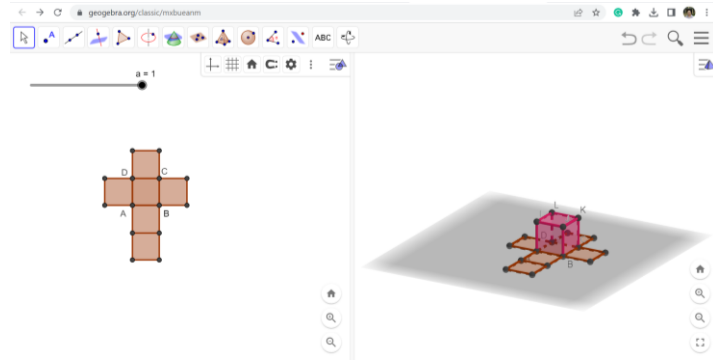
ข. นำคำสั่งสร้างรูปคลี่มาคลิกที่ฐานของรูปในหน้าต่าง 3D จะได้รูปคลี่ของปริซึมทั้งสองหน้าต่าง

รูปที่ 11 การสร้างรูปคลี่ของปริซึม

ขั้นที่ 9 ปิดหน้าต่าง Algebra Views เพื่อให้หน้าจอปรากฏเฉพาะหน้าต่าง 2D และหน้าต่าง 3D โดยคลิกที่ และคลิกคำสั่ง Close ดังรูปที่ 12 ก. แล้วคลิกขวาที่หน้าต่าง 2D เพื่อไม่ให้แสดงแกน 2 แกนและตาราง และคลิกขวาที่หน้าต่าง 3D เพื่อไม่ให้แสดงแกน 3 แกน ดังรูปที่ 12 ข.



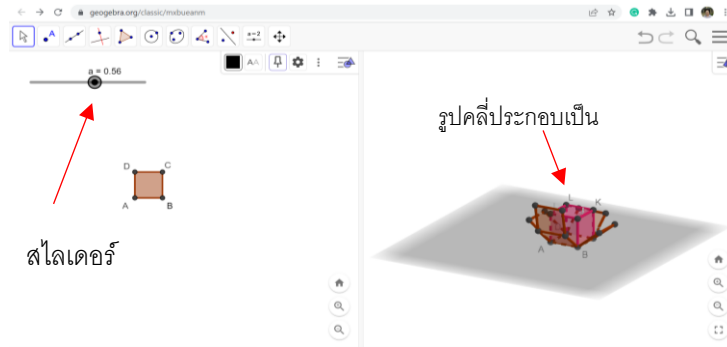
ก. ปิดหน้าต่าง Algebra View



ข. รูปคลี่และปริซึมที่ไม่แสดงแกนและตาราง

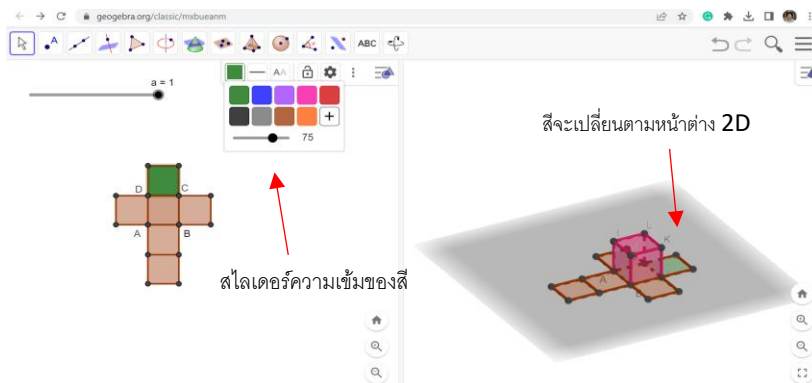
รูปที่ 12 แสดงการปิด Algebra Views, แกน และ ตาราง

ขั้นที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ของปริซึมและรูปคลี่ โดยเลื่อนสไลเดอร์ไปทางซ้ายและขวา เพื่อแสดงการประกอบรูปคลี่เป็นปริซึม ในตัวอย่างเป็นการประกอบรูปคลี่เป็นลูกบาศก์ ดังรูปที่ 13



รูปที่ 13 เลื่อนสไลเดอร์ไปที่ 0 แสดงรูปคลี่ปิดรอบปริซึม เลื่อนไปที่ 1 แสดงรูปคลี่ทั้งหมด

ขั้นที่ 11 การเปลี่ยนสีรูปคลี่ ให้เปลี่ยนที่หน้าต่าง 2D (ไม่รวมฐาน) และเลือกความเข้มจากสไลเดอร์ ได้ตารางสีที่ต้องการเลือก ดังรูปที่ 14 สำหรับรูปคลี่ในหน้าต่าง 3D จะปรากฏสีตามสีที่เลือกในหน้าต่าง 2D โดยอัตโนมัติ



รูปที่ 14 การเปลี่ยนสีของรูปคลี่

หมายเหตุ

- 1) การเปลี่ยนรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่เป็นฐานของปริซึมให้ทำทำนองเดียวกับขั้นที่ 7 โดยพิมพ์จำนวนจุดยอดมุมในกล่องข้อความโต้ตอบตามต้องการ
- 2) บันทึกภาพที่สร้างเสร็จแล้วโดยเลือกคำสั่ง Save และ Download as แล้วเลือก SVG image (svg) เพื่อนำไปใช้เป็นภาพประกอบในเอกสารที่ต้องการ

