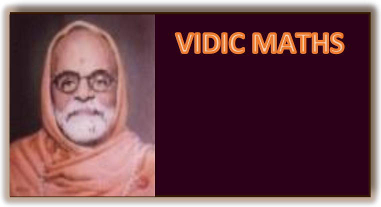
2. การบวก

เรียบเรียง สมชาย ศรีวรางกูล

บรรณาธิการ กระจาย คงสง

ลือชัย ทิพรังศรี

บทนำ



"เวทคณิต เป็นวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของความแม่นยำ มีความเป็นระเบียบอันรักษาไว้ซึ่งเอกลักษณ์ของความเป็นหนึ่งเดียวแต่ในขณะเดียวกันก็เต็มไปด้วยความหลากหลาย เวทคณิตคือพลังแห่งความสมดุลภาพระหว่างสองคุณสมบัติที่ตรงกันข้ามของความเป็นหนึ่งเดียวและความหลากหลาย เวทคณิตยังเป็นโครงสร้างพลวัตของกฎธรรมชาติที่ออกแบบมาอย่างเป็นปกติวิสัยและมีเป้าหมายของกฎธรรมชาติอย่างมีระเบียบของอรรถบทของวิวัฒนาการ"

ท่านศรี ภารติ กฤษณะ ติรถะ (Sri Bharati Krishna Tirtha ji พ.ศ. 2427-2503)

ผู้ค้นพบเวทคณิตในพระเวท

เวทคณิตสำหรับการบวก (Vedic Mathematics Method for Addition)

การคิดเลขวิธีดั้งเดิมในโรงเรียนที่ใช้กันมายาวนานนั้นขาดความเร็วอาจจะทำให้น่าเบื่อหน่าย และยังมีความผิดพลาดสูงเพราะการใช้วิธีการตรวจสอบโดยการทำซ้ำ ๆ อีกเรื่องหนึ่งคือการทดเลขจากหลักหนึ่งไปสู่หลักหนึ่งนั้น โดยทั่วไปแล้วในการบวกนั้นเมื่อเราหาผลบวกตัวเลขของแต่ละหลัก ถ้ามีผลลัพธ์มากกว่าหรือเท่ากับ 10 แล้วเราต้องทด 1 ให้กับหลักถัดไปข้างหน้าที่มากกว่า แล้วเขียนเฉพาะหลักหน่วยที่เป็นผลลัพธ์ของหลักนั้น ๆ นี่คือปัญหาที่วิธีคิดเลขแบบเวทคณิตพยายามหลีกเลี่ยงการทดไปยังหลักถัดไปให้น้อยลงมากที่สุดและเพื่อบรรลุเป้าหมายให้เกิดการคิดเลขเร็วและถูกต้องมากที่สุดแล้วอีกเรื่องหนึ่งที่เวทคณิตยังได้เสนอวิธีการบวกเลขที่หลากหลาย (Diversity) วิธีอีกด้วย

จุดเด่นของวิธีคิดเลขเร็วของของเวทคณิต (Vedic Mathematics) สำหรับการบวกเลขคือเน้น "**การบวกด้วยวิธีใช้จุด**" แทนการการทดด้วยหนึ่ง (1) เช่นเดียวกับวิธีระบบความเร็วทรัชเท็นเบริกของคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน (The Trachtenberg Speed of Basic Mathematics) หรือวิธีไฮสปีด แมทของเลสเตอร์ มีเยอร์ช (Lester Meyers High-Speed Math) ทั้งสามวิธีนี้ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีในการทดที่ตัวทดมีค่าเท่ากับ 1 นั้นทั้งสามวิธีนี้แทน 1 ด้วยจุด (•) และยังเสนอวิธีการคิดเลขจากซ้ายไปขวาเพราะมีข้อได้เปรียบกว่าการคิดเลขจากขวาไปซ้ายในทำนองเดียวกันทั้งสิ้น

ในทางปฏิบัติแล้วเวทคณิตเสนอ การบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method) หรือการบวกเลขด้วยวิธีการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า สามารถได้แก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนของหน่วยการวัด (เช่น หน่วยการวัดกิโลเมตร เมตร เซนติเมตร) หน่วยเงินตรา (บาทและสตางค์) น้ำหนัก (กิโลกรัม-กรัม) ความจุ (ลิตร-มิลลิลิตร) เวลา (ชั่วโมง นาที วินาที) ทศนิยม เป็นต้น

ตัวอย่างที่ การหาผลบวกน้ำหนักของ 5 รายการ ดังตารางข้างล่างนี้

กิโลกรัม	กรัม
112	65
360	85
289	872
156	345
231	897

→

กิโลกรัม	กรัม
112	065
360	085
289	872
156	345
231	897
1039	254

และเวทคณิตยังเสนอการคิดเลขด้วยการดำเนินการคิดจากซ้ายไปขวา

มีเหตุผลไหม?

ศกุนตลา เทวี (Shakuntala Devi) (4 พฤศจิกายน 1929 – 21 เมษายน 2013) เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้เป็นนักคำนวณในใจชาวอินเดีย เธอเป็นที่รู้จักในชื่อ "มนุษย์เครื่องคิดเลข" (Human Computer) เธอได้พยายามในการสร้างให้การคำนวณเลขคณิตเป็นเรื่องง่ายสำหรับเด็กนักเรียน **ด้วยความสามารถของเธอสามารถคิดเลขหาคำตอบจากซ้ายขวาหรือขวาไปซ้าย** ทั้ง ๆ ที่เธอไม่เคยได้รับการศึกษาในระบบมาก่อน

โอโช (Osho) นักปราชญ์ชาวอินเดียเป็นผู้เขียน เรื่องมีอยู่ว่า “ในอินเดียมีสุภาพสตรีผู้หนึ่งชื่อว่าสกุลตาลา เอเดินทางไปรอบโลกและได้เยือนมหาวิทยาลัยแทบทุกมหาวิทยาลัย เพื่อสาธิตการใช้ปัญญาญาณของเธอ เธอมีการศึกษาแค่ระดับมัธยมปลาย และเธอก็ไม่ใช่นักคณิตศาสตร์

ในช่วงที่อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ ยังมีชีวิตอยู่ เธอได้เคยเข้าไปสาธิตเรื่องนี้ต่อหน้าของเขา ด้วยการนั่งอยู่หน้ากระดานดำในมือถือชอล์กอยู่ให้คนตั้งโจทย์อะไรก็ได้ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บางครั้งขณะที่ยังไม่ทันเสร็จ เธอก็เริ่มเขียนคำตอบลงบนกระดานแล้ว

อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ ได้มอบวุฒิบัตรให้กับเธอ และเธอก็เคยโชว์วุฒิบัตรนี้ต่อข้าพเจ้า (Osho-ผู้เขียน) เมื่อครั้งที่ข้าพเจ้าเดินทางไปยังเมืองมัทดราช ซึ่งเป็นบ้านเกิดของเธอ เธอได้นำวุฒิบัตรมากมายมาให้ข้าพเจ้าดู และหนึ่งใบนั้นก็คือใบที่ ไอน์สไตน์ เขียนไว้ว่า “ข้าพเจ้าได้ให้สุภาพสตรีท่านนี้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งปกติแล้ว ข้าพเจ้าจะต้องใช้เวลาถึง 3 ชั่วโมงในการแก้ปัญหาตามกรรมวิธีตาขั้นตอน

สำหรับผู้ที่ไม่เคยแก้ปัญหาทำนองนี้ อาจต้องใช้เวลาถึง 6 ชั่วโมง มีวิธีทำที่ยาวจนต้องเขียนเต็มกระดาน ไม่มีทางที่จะกระโดดข้ามขั้นตอนเข้าไปหาคำตอบได้เลย...”

แต่แล้ว ไอน์สไตน์ ก็ต้องแปลกใจเป็นอย่างยิ่ง เพราะขณะที่เขาเขียนโจทย์ยังไม่ทันเสร็จ **สกุนตาลา** ก็เริ่มเขียนคำตอบลงบนกระดานแล้ว ไอน์สไตน์ งงมากและคิดว่าไม่น่าจะเป็นไปได้

เขาถามเธอว่า “คุณทำได้อย่างไร ? สกุนตลา ตอบว่า “ไม่รู้เหมือนกันว่าฉันทำอย่างไร มันเป็นสิ่งที่อยู่ดี ๆก็ผุดขึ้นมา พอคุณตั้งโจทย์ ตัวเลขต่าง ๆ ก็ปรากฏแก่ฉัน ฉันเห็นตัวเลขต่าง ๆ เต็มไปหมด ฉันก็ได้แต่เพียงแค่เขียนตามมันไปเรื่อย ๆ เท่านั้น”

สุภาพสัตรีผู้นี้เกิดมาพร้อมกับปัญญาญาณทีทำงานอยู่ในตัวของเธอ (ปัญญาญาณหรือภาษาอังกฤษเรียกว่า “Intuition”) หรือภาษาไทยว่า “การรู้แบบปิ๊งแว้บ- ผู้เขียน” สรุปว่า สกุนตาลาสามารถปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้รวดเร็วมาก สามารถให้คำตอบได้ทันที เร็วกว่าไอน์สไตน์ ซึ่งปกติไอน์สไตน์จะต้องใช้เวลาแก้ปัญหาถึง 3 ชั่วโมง จึงเป็นผู้เก่งกว่า - ผู้เขียน

“เวท” แปลว่า ความรู้ และ “คณิต” แปลว่า คำนวณ “เวทคณิต” แปลว่า ความรู้แห่งการคำนวณ เป็นคัมภีร์โบราณในการคิดเลขเร็วของอินเดีย ประกอบด้วยสูตร 16 สูตรที่เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร และสูตรนิขิลัม อันเป็นสูตรการแปลงจำนวนซึ่งประกอบด้วยเลขโดดหลายตัวที่มีค่าเกินกว่า 5 ให้เขียนอยู่ในรูปซึ่งมีค่าเลขโดดที่มีค่าไม่เกิน 5 จะทำให้การคำนวณง่ายขึ้น (มันคือจำนวนวินคิวลัม)

เวทคณิต เป็นสาขาหนึ่งของอถรรพเวท ซึ่งเป็นหนึ่งในทั้ง 4 ได้แก่ ฤคเวท สามเวท ยชุรเวทและอถรรพเวท

บทสรุป การที่สกุนตาลา มีความสามารถเป็นเลิศในทางคณิตศาสตร์นั้นเห็นว่าได้ใช้วิชาอย่างน้อย 2 วิชาด้วยกัน ได้แก่เวทคณิต (Vedic Mathematics) และปัญญาญาณ (Intuition) หรือความรู้แบบปิ๊งแว้บ ซึ่งทั้งสองวิชานี้ ยังไม่ค่อยรู้จักกันในประเทสไทยนัก ควรที่จะหันมาสนใจวิชาโลกตะวันออกให้มากขึ้น อละพัฒนาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ของไทยให้เจริญก้าวหน้าทัดเทียมอารยประเทศต่อไป

https://www.gotoknow.org/posts/552556

วิธีการบวกเลขในเวทคณิตมี 5 วิธีด้วยกัน ดังนี้

- **การบวกด้วยวิธีการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ**
  ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 8 ปูรณาปูรณาภยาม
  (Sutra 8 Pūraṇāpūraṇābhyām = सूत्र ८ पूरणापूरणाभ्यां)
- **การบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ**
  ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 7 สูตรสังกลนะ วฺยวกลนาภยามฺ
  (Sutra 7 Sankalana– vyavakalanābhyām = सूत्र ७ संकलन व्यवकलनाभ्यां)
- **การบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method)**
  หรือการบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า
  ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 1 สูตรเอกาธิเกนะ ปูรเวณะ
  (Stura 1 Ekādhikena Pūrveṇa = सूत्र १ एकाधिकेन पूर्वेण)
- **การบวกด้วยการใช้ขบวนการศุทธิการัน (Addition Using Sudhikaran process)**
- **การบวกด้วยอุปสูตรศุทธะ** (उपसूत्र १५ = Upasutra 15 Śūddha)

2.1 การบวกด้วยวิธีการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ

เพื่อไม่ให้เสียความนัย ของการศึกษาวิธีคิดเลขเร็วแบบเวทคณิต

ในเวทคณิตการบวกด้วยสูตรที่ 8 ปูรณาปูรณาภยาม (เป็นคำสนธิ)

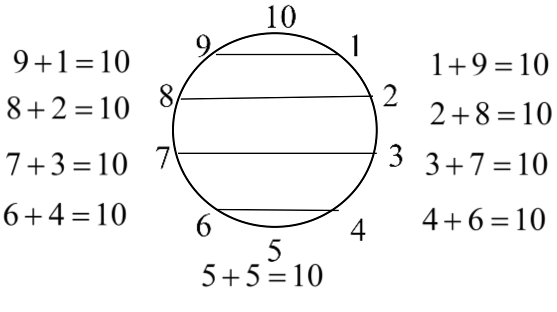
ปูรฺณ แปลว่า เต็ม อันใส่เต็ม บริบูรณ์ ทั้งสิ้น (complete)

อปูรฺณ แปลว่า ไม่เต็ม (incomplete)

ภยาม แปลว่า ใช้ทั้งสอง (Using both)

ดังนั้น การบวกด้วยสูตรที่ 8 ปูรณาปูรณาภยาม คือการบวกเลขสองจำนวนเข้าด้วยกันให้ได้ครบสิบหรือไม่ครบสิบนี้ เป็นสมบัติขั้นพื้นฐานของการบวกเลขสองจำนวนในระบบฐานสิบ ดังนั้นด้วยสมบัตินี้ เมื่อพิจารณาเซตของเลขโดด 1 ถึง 9 จะพบว่า 1 และ 9 บวกกันได้ครบสิบ ในทำนองเดียวกัน 2 และ 8 หรือ 3 และ 7 หรือ 4 และ 6 หรือ 5 และ 5 บวกกันได้ครบสิบเช่นกัน

“คู่ของเลขเหล่านี้เรียกอีกนัยหนึ่งว่าเรียกว่าจำนวนเติมเต็ม (complementary numbers) สิบ (10) ซึ่งกันและกัน นั่นเอง”



เมื่อเลขสองจำนวนนี้บวกกันได้ 10 เรียกว่า ครบสิบ มีความสำคัญอันเป็นความรู้พื้นฐานในการบวกเลข

ดังแสดง ความสัมพันธ์คู่ของตัวเลขที่บวกกันได้ครบสิบ (10) บนวงกลมสิบจุด (Ten Point Circle)

บทนิยาม การบวกครบสิบ (หรือทบสิบ) คือการบวกจำนวนเต็มบวกสองให้ได้ครบสิบหรือเท่ากับ 10 **ดังนั้น** ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ แล้ว $a+b=b+a=10$ และเรียก a และ b ยังเป็นจำนวนเติมเต็มสิบซึ่งกันและกัน (10's Complement of a decimal number)

ผลบวก คู่ครบสิบ ของจำนวนเต็ม 1 ถึง 10 มีดังนี้

0 และ 10 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $0+10=10+0=10$

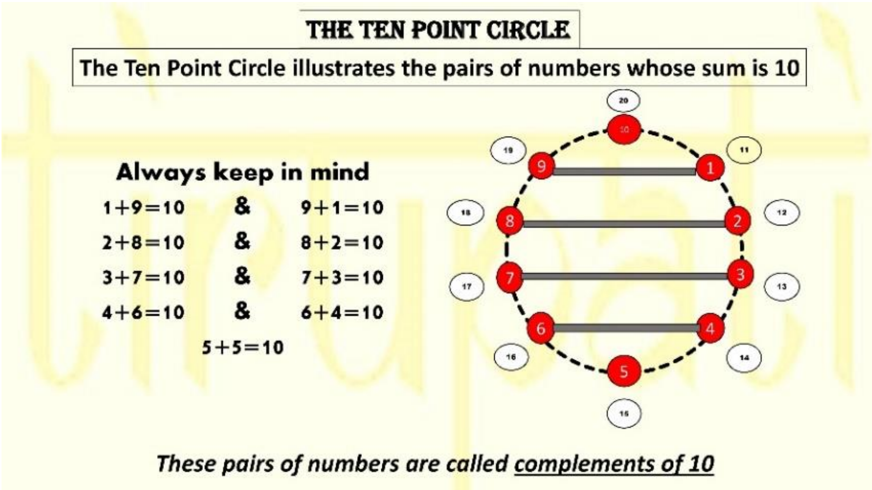
1 และ 9 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $1+9=1+9=10$

2 และ 8 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $2+8=2+8=10$

3 และ 7 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $3+7=3+7=10$

4 และ 6 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $4+6=6+4=10$

5 และ 5 เป็นจำนวนสองจำนวนที่บวกกันครบสิบ เพราะ $5+5=10$



ตัวอย่าง การบวกด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ

การบวกด้วยวิธีนี้ โดยประจักษ์แล้วคือพยายามจัดรวมกลุ่มตัวเลขสองตัวหรือมากกว่าสองตัวให้บวกกันแล้วมีผลลัพธ์เป็น 10 หรือพหุคูณของ 10 ก็จะเหลือตัวเลขหรือกลุ่มตัวเลขที่รวมกันไม่ครบสิบ

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้โดยการบวกด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ

1. $5+6+4+5+3+8+2+7+1=(5+5)+(6+4)+(3+7)+(8+2)+1=41$

2. $6+10+9+2+30+20+8+40+2+2$

$=(10+30+20+40)+9+(2+8)+(2+2+6)$

$=100+9+10+10=100+9+(20)=129$

3. $10+7+20+30+5+20+4+8+40+2+3+11$

$=(10+20+20+30+40)+(7+3)+(5+4+11)+(8+2)$

$=120+10+20+10=160$

4. $3+7+30+9+5+2+90+1+3$

$=(3+7)+(30+90)+(9+1+3+5+2)$

$=10+120+20=150$

5. $17+19+3+21+15+12+18+15$

$=(17+3)+(19+21)+(15+15)+(12+18)$

$=20+40+30+30=120$

6. $26+59+394+66+11+14=(26+14)+(59+11)+(394+66)$

$=40+70+460=(40+460)+70=500+70$

7. $456+361+244+119+11$

$=(456+244)+(361+119)+11$

$=700+480+11=1180+11=1191$

8. $36+5+23+2+14$

$=36+(5+23+2)+14=(36+14)+30=50+30=80$

เนื่องจาก ในวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อมีการคำนวณสิ้นสุดแล้วนั้น เรายังถือว่าไม่สิ้นสุดโดยสิ้นเชิง ยังต้องตรวจสอบว่าการคำนวณนั้นถูกต้องหรือเปล่า ด้วย**การยันความถูกต้อง (Cross Check)**

การยันความถูกต้องมี 2 วิธี ดังกล่าวมาแล้วในบทที่ 1 คือการคัดออกเก้าและการคัดออกสิบเอ็ด ในกรณีที่การคำนวนจำนวนที่นำมาคำนวณและค่าของจำนวนไม่มากนัก วิธีที่เหมาะสมใช้ได้รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพ ใช้ได้ดี คือ**การคัดออกเก้า** ดังนั้นจากตัวอย่างที่ 1 ต้องตรวจความถูกต้องในการบวก ดังนี้

จากตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้โดยวิธีทบสิบ

1. $5+6+4+5+3+8+2+7+1=(5+5)+(6+4)+(3+7)+(8+2)+1=41$

เนื่องจากการบวกด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ หรือ 10^n จึงง่ายกับการยันความถูกต้อง กลุ่มที่ครบสิบ ก็แสดงว่าผลบวกเลขโดดในกลุ่มนั้น ๆ เท่ากับ 1 $(10 \rightarrow 1+0=1)$ จากตัวอย่างข้างบนแสดงได้ว่า

$(5+5)+(6+4)+(3+7)+(8+2)+1=41 \rightarrow (1)+(1)+(1)+(1)+1=4+1 \rightarrow 5=5$

<u>แสดงว่าคำตอบของการบวกถูกต้อง</u>

2. $6+10+9+2+30+20+8+40+2+2=100+9+10+10=100+9+(20)=129$

ในทำนองเดียวกัน $100+9+(20)=129 \rightarrow 1+0+2=1+2+9 \rightarrow 3=3$

3. $10+7+20+30+5+20+4+8+40+2+3+11=120+10+20+10=160$

ในทำนองเดียวกัน $120+10+20+10=160 \rightarrow 3+1+2+1=1+6+0 \rightarrow 7=7$

4. $3+7+30+9+5+2+90+1+3=10+120+20=150$

ในทำนองเดียวกัน $10+120+20=150 \rightarrow 1+3+2=1+5+0 \rightarrow 6=6$

5. $17+19+3+21+15+12+18+15=20+40+30+30=120$

ในทำนองเดียวกัน $20+40+30+30=120 \rightarrow 2+4+3+3=1+2+0 \rightarrow 3=3$

6. $26+59+394+66+11+14=(40+460)+70=500+70=570$

ในทำนองเดียวกัน $500+70=570 \rightarrow 5+7=5+7$ โดยประจักษ์

7. $456+361+244+119+11=1180+11=1191$

ในทำนองเดียวกัน $1180+11=1191 \rightarrow 1+2=1+1+1 \rightarrow 3=3$

8. $36+5+23+2+14=50+30=80$

ในทำนองเดียวกัน $50+30=80 \rightarrow 8=8$ โดยประจักษ์

การบวกด้วยวิธีการจัดกลุ่มที่ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ

ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 8 ปูรณาปูรณาภยาม (เป็นคำสนธิ)

(Sutra 8 Pūraṇāpūraṇābhyām = सूत्र ८ पूरणापूरणाभ्यां)

Pūraṇāpūraṇābhyām mean By the Completion or Non- Completion

Purana = ปูรฺณ แปลว่า เต็ม อันใส่เต็ม บริบูรณ์ ทั้งสิ้น (complete)

Apurana = อปูรฺณ แปลว่า ไม่เต็ม (incomplete)

Bhyam = ภยาม แปลว่า ใช้ทั้งสอง (Using both)

https://www.wisdomlib.org/definition/bhyam

Bhyām (भ्याम्) = Case-affix of the instrumental, dative and ablative dual; cf. स्वौजसमौट् (*svaujasamauṭ*)

แบบฝึกหัดชุดที่ 1 การบวกด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ

1. หาผลบวกโดยวิธีครบสิบหรือพหุคูณของสิบของข้อต่อไปนี้

1.1 $6+4$	1.2 $16+4$	1.3 $5+25$	1.4 $13+7$	1.5 $22+8$
1.6 $38+2$	1.7 $54+6$	1.8 $74+6$	1.9 $61+9$	1.10 $85+5$

หาผลบวกโดยด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบของข้อต่อไปนี้

และพร้อมตรวจสอบยันความถูกต้องของคำตอบด้วยวิธีคัดออกเก้า

2. $47+37 = 47+3+34 = (47+3)+30+4 = 50+30+4 = 84$

3. $55+28$

4. $47+25$

5. $29+7+1+5$

6. $16+3+6+7$

7. $8+51+12+3$

8. $37+7+21+13$

9. $13+16+17+24$

10. $33+25+22+15$

11. $18+13+14+23$

12. $3+9+5+7+1$

13. $27+15+23$

14. $43+8+19+11$

15. $32+15+8+4$

16. $24+7+8+6+13$

17. $6+33+24+17$

18. $23+48+27$

19. $56+65+44+87+33$

20. $33+28+4+32$

2.2 การบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 7 สูตรสังกลนะ วฺยวกลนาภยามฺ

ความหมายในภาษาสันสกฤต

สงฺกลน น. แปลว่า การบวก วิธีบวก (Joining, adding, holding together)

วฺยวกลน น. แปลว่า การลบ การหักทอนออก (Separation, subtraction,deduction) และ Bhyam = ภยาม แปลว่า ใช้ทั้งสอง (Using both)

ดังนั้น สูตรนี้จึงหมายถึงสูตรที่ว่าด้วย "การบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ" จะใช้ในกรณีที่เลขสองจำนวนไม่สามารถจับคู่กันบวกกันในรูปฐานสิบหรือพหุคูณของสิบได้ ดังนั้นจะต้องแยกจำนวนที่กำหนด ให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$24 = 20 + 4$$

$$39 = 40 - 1$$

$$543 = 550 - 7 = 500 + 40 + 3$$

$$793 = 700 + 90 + 3 = 800 - 7$$

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นการแยกจำนวนที่กำหนดให้ออกเป็นรูปผลบวกหรือผลต่างของจำนวนย่อย ๆ สองจำนวนหรือมากกว่า ให้อยู่รูปผลบวกหรือผลต่างของสิบหรือพหุคูณของสิบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของโจทย์ที่กำหนดให้นั้น ๆ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้

1. $7+9 = 7+3+6 = (7+3)+6 = 10+6 = 16$

หรือ $7+9 = (6+1)+9 = 6+(1+9) = 6+10 = 16$

2. $46+8 = 40+6+8 = 40+(4+2)+8) = 40+4+(2+8) = 40+4+10 = 54$

หรือ $46+8 = 40+6+8 = 40+(6+4)+4 = 40+10+4 = 54$

3. $58+49 = (50+8)+(40+9) = 50+40+8+9$

$= 50+40+8+(2+7) = (50+40)+(8+2)+7$

$= 90+10+7 = 100+7 = 107$

หรือ $58+59 = 50+40+7+1+9 = 50+40+7+10 = 100+7 = 107$

4. $7+9+6+8 = 7+3+6+6+4+4 = 10+6+10+4 = 20+6+4 = 20+10 = 30$

5. $18+13+14+22 = 18+22+13+14 = (18+22)+(10+3)+(10+4)$

$= 40+20+7 = 67$

หมายเหตุ การตรวจสอบว่าคำตอบในการคำนวณด้วยการยันความถูกต้องของการบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ เราใช้วิธีการเดียวกับการบวกด้วยวิธีการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบเพราะว่า "กลุ่มที่บวกได้ครบสิบตัดศูนย์ออกก็จะได้ตัวเลขที่เหลืออยู่เป็นผลบวกเลขโดดได้เลย"

ตัวอย่างที่ 2 หาผลบวก $74+69$

วิธีทำ $74+69=70+4+(70-1)$

$=(70+70)+(4-1)$

$=140+3=143$

คำอธิบาย ขั้นแรกให้แยกจำนวนที่กำหนดให้ออกเป็นจำนวนย่อย ๆ ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบกับเศษเหลือโดยการใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่และการสลับที่

การตรวจคำตอบด้วยการยันความถูกต้อง (คัดออกเก้า)

$74+69=70+4+(70-1)=(70+70)+(4-1)\rightarrow(7+7)+3\rightarrow 8$

$=140+3=143\rightarrow 1+4+3=8$

ตัวอย่างที่ 3 หาผลบวก $324+296+159+43$

วิธีทำ $324+296+159+43=(300+20+4)+(300-4)+(150+9)+(50-7)$

$=(300+300+150+50)+(20+4-4+9-7)$

$=800+22=822$

การตรวจคำตอบด้วยการยันความถูกต้อง (คัดออกเก้า)

$324+296+159+43=800+22\rightarrow 8+2+2\rightarrow 3$

$=822\rightarrow 3$

ตัวอย่างที่ 4 หาผลบวก $596+498+345+765$

วิธีทำ $596+498+345+765=(600-4)+(500-2)+(350-5)+(750+15)$

$=(600+500)+(350+750)+(15-4-2-5)$

$=1100+1100+4=2204$

การตรวจคำตอบด้วยการยันความถูกต้อง (คัดออกเก้า)

$596+498+345+765=1100+1100+4\rightarrow 2+2+4=8$

$=2204\rightarrow 2+2+0+4=8$

การบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวก

หรือผลต่างของพหุคูณของสิบ

ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 7 สูตรสังกลนะ วฺยวกลนาภยามฺ

(Sutra 7 Sankalana- vyavakalanābhyām = सूत्र ७ संकलन व्यवकलनाभ्यां)

Sankalana- vyavakalanābhyām mean By addition and by subtraction

Sankalana = สงฺกลน น. แปลว่า การบวก วิธีบวก (Joining, adding, holding together)

Vyavakalana = วฺยวกลน น. แปลว่า การลบ การหักทอนออก (Separation, subtraction,deduction) และ

Bhyam = ภยาม แปลว่า ใช้ทั้งสอง (Using both)

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

การบวกด้วยวิธีการแยกจำนวนให้อยู่ในรูปผลบวกหรือผลต่างของพหุคูณของสิบ

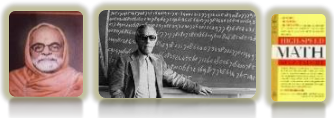
1. $47+29$
2. $29+11+27+13$
3. $35+18+21+19$
4. $38+25+24+15+19$
5. $109+208+114+389$
6. $248+799+819+116+1301$
7. $163+37+666+778$
8. $86+591+1929+311$
9. $411+999+111+107+123$

2.3 การคิดเลขจากซ้ายไปขวา (Calculation from Left to Right)

ก่อนที่จะศึกษา “การบวกด้วยวิธีใช้จุดหรือการบวด้วยการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า” ซึ่งเป็นวิธีเหมือนกับวิธีการบวกแบบตั้งบวกระหว่างตัวตั้งกับตัวบวก แต่แตกต่างกันในวิธีการทด (carry) และวิธีการบวก

การทด ทักษะในการคิดเลขได้อย่างคล่องแคล้วนั้น ถ้าเรามีการทำเครื่องหมายสำหรับตัวทดให้ง่าย สะดวกและชัดเจนในการจดจำ ก็จะสามารถคิดเลขในใจได้ดีและรวดเร็ว โดยเฉพาะเรื่องการทดเลข นั่นที่สำคัญก็คือการทำเครื่องหมายที่ **ตัวทด** (carry figures) ของดำเนินการ บวก ลบ คูณและหาร

การคิดเลขในใจหรือการคิดเลขเร็ว ไม่ว่าจะเป็นวิธีของเวทคณิต (Vedic Mathematics) วิธีระบบความเร็วทรัชเท็นเบริกของคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน (The Trachtenberg Speed of Basic Mathematics) หรือ วิธีไฮสปีด แมท ของ เลสเตอร์ มีเยอร์ช (Lester Meyers High-Speed Math) ทั้งสาม



วิธีนี้ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีในการทดที่ตัวทดมีค่าเท่ากับ 1 นั้น ทั้งสามวิธีนี้แทน 1 ด้วยจุด (•) และยังเสนอวิธีการคิดเลขจากซ้ายไปขวาเพราะมีข้อได้เปรียบกว่าการคิดเลขจากขวาไปซ้าย ในทำนองเดียวกันทั้งสิ้น **และ**ถ้าหวนกลับมาพิจารณาการคิดเลขจะพบว่า “ <u>ทำไมเวลาเราจึงคิดเลขด้วยการบวก ลบ และคูณ เป็นการคิดจากทางขวาไปทางซ้าย แต่พอเราทำการหารเลขแล้วเรากลับดำเนินการหารจากทางซ้ายไปทางขวา?</u>”

นี่คือคำถามที่ทำให้ฉุกคิดทำไมเราจึงไม่สามารถดำเนินการหารจากขวาไปซ้ายได้ละ ดังนั้นการคิดเลขเร็วแบบเวทคณิตจึงเสนอให้ปรับเปลี่ยนเทคนิค **การคิดเลขจากซ้ายไปขวา (Calculation From Left to Right)** สำหรับการบวก การลบและการคูณ

มีผู้อาวุโสหลายท่านที่เต็มใจที่จะยอมรับว่าพวกเขาไม่เก่งคณิตศาสตร์และส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากความเชื่อในการสอนแบบดั้งเดิมที่ว่ามี "วิธีแก้ปัญหาทั้งหมดมีวิธีเดียว" การแก้ปัญหาสำหรับการคำนวณในการบวกการลบ การคูณ การหาร การยกกำลังสอง หรือการถอดรากที่ 2 ในการเรียนเลขคณิต มีครูสอนคณิตศาสตร์ท่านหนึ่ง นามว่า “เคนเน็ธ วินเลี่ยม (Kenneth Williams)” สอนในโรงเรียนวิทยาลัยและมหาวิทยาลัย ได้รับเชิญไปยังหลายประเทศเพื่อสอนเวทคณิตและได้พัฒนาสื่อการสอนและตำราการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ เกี่ยวกับเวทคณิต ซึ่งมีอยู่ในเว็บไซต์ Kenneth's Curriculum Vitae นี้

เคนเน็ธ วินเลี่ยม สนับสนุนสิ่งนี้คือ “การคำนวณจากซ้ายไปขวา (Calculation From Left To Right)” หากปราศจากความเข้าใจที่มีความหมายเป็นนัย ๆ ของการคำนวณเกี่ยวกับสูตรต่าง ๆ ในเวทคณิต เวทคณิตเปิดโอกาสให้เราได้มีทางเลือก สำรวจและอธิบายการทำงานของสูตรว่าทำงานอย่างไร”

เหตุผลอันเนื่องมาจาก การอ่านหนังสือการเขียนของเราเป็นการดำเนินการจากซ้ายไปขวา ถ้าเราได้คิดเลขการบวก การลบ การคูณและการหาร ดำเนินการจากทางซ้ายไปทางขวาแล้วจะทำให้การคิดเลขมีประสิทธิภาพ สามารถคิดเลขในใจได้ง่ายรวดเร็วและถูกต้อง การคิดเลขจากทางซ้ายไปทางขวาเป็นการหาส่วนแรกไปหาส่วนท้ายขของผลลัพธ์แต่ละส่วนก็สามารถบอกคำตอบได้เลย เช่นนี้คือเทคนิคในการคิดเลขเร็วและถูกต้องแม่นยำของเวทคณิตที่ได้เปรียบซึ่งเราสามารถพัฒนาความคิดนี้ได้

เหตุผลอีกประการหนึ่งคือระบบการคิดเลขแบบเวทคณิตที่เราจะศึกษาต่อไป จะเป็นวิธีคิดเลขด้วย ***“วิธีการแยกหลัก (Digit Separator Method)”*** โดยที่แต่ละหลักจะเป็นอิสระต่อกันซึ่งจะไม่มีผลต่อการทดและการยืมสำหรับการคำนวณ

นี่คืองานที่เราจะต้องฝึกทำและหาวิธีทำให้เกิดความเป็นธรรมชาติมากที่สุดของการคิดเลขแบบเวทคณิต ที่แหวกแนวจากวิธีดั้งเดิม ซึ่งสามารถจะศึกษาและอธิบายรายละเอียด ต่อไป

วิธีบวกเลขจากซ้ายไปขวา (Left to Right Addition)

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของ $32415+23531$

วิธีทำ กำหนดให้

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 4\ 1\ 5 \\ +\ \underline{2\ 3\ 5\ 3\ 1} \\ \underline{\underline{5\ 5\ 9\ 4\ 6}} \end{array}$$

จากตัวอย่าง ถ้าเราหาผลบวกจากหลักหมื่นทางซ้าย คือ $3+2=5$ และต่อจากนั้นก็หาผลบวกของหลักถัดไปจากทางขวาอย่างต่อเนื่องคือ $2+3=5, 4+5=9, 1+3=4$ และ $5+1=6$ ตามลำดับ การบวกแต่ละหลักที่มีค่าไม่เกิน 9 แสดงว่าไม่มีการทดก็จะสามารถกล่าวคำตอบได้ทันที (ใช่ไหม?)

จึงสามารถคิดเลขได้เร็วและง่ายกว่า แต่ถ้าในการบวกแต่ละหลักนั้น ๆ เกิดการทดเลข หรือการบวกแต่ละหลักมีค่ามากกว่า 9 แล้วนั้น ซึ่งวิธีการดั้งเดิมเราใช้การทดด้วยเลข +1 ไปบวกกับตัวเลขหลักถัดไปข้างหน้า

ดังนั้น จะทำอย่างไรจึงจะลดการทดเลขสำหรับการบวก ให้ง่ายและรวดเร็วและสามารถคิดในใจได้ ลองพิจารณาตัวอย่างที่ 2 ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 หาผลบวกของ $76+88$ ด้วยการบวกจากซ้ายไปขวา

วิธีทำ เนื่องจากเลขโดด 2 ตัวบวกกันต้องไม่เกิน 18 $(18=9+9)$

$$\begin{array}{r} 7\quad 6 \\ +\ \underline{8\quad 8} \\ \underline{\underline{{}_{1}5\quad\ }} \end{array}$$

1. ดำเนินการหาผลบวกจากซ้ายไปขวา ดังนี้ เริ่มที่หลักสิบทางซ้าย $7+8=15$

เขียน 15 แยกเป็นเลขโดด 2 ส่วน คือ 1 กับ 5 เขียน 1 ห้อยไว้หน้า เป็น 5

$15={}_{1}5$ แยกเป็นเลขโดด 2 ส่วน คือ 1 กับ 5 เขียน 1 เป็นผลลัพธ์ตัวแรก

$$\begin{array}{cc} 7 & 6 \\ \underline{8} & \underline{8} \\ {}_{1}5 & {}_{1}4 \end{array} + \quad = 164$$

2. หาผลบวกหลักถัดไปคือ $6+8=14={}_{1}4$ เขียน 1 ไว้ใต้ 5 ส่วน 4 เขียนในหลักถัดไป ไม่ต้องเขียนห้อย เพื่อแสดงการสิ้นสุดการบวก แล้วหาผลบวกแต่ละหลักเป็นคำตอบ

ตัวอย่างที่ 3 หาผลบวกของ $5678+2468$ จากซ้ายไปขวา

วิธีทำ

$$\begin{array}{cccc} 5 & 6 & 7 & 8 \\ \underline{2} & \underline{4} & \underline{6} & \underline{8} \\ {}_{0}7 & & & \end{array} +$$

1. หาผลบวกจากทางซ้าย $5+2=07$ แล้วเขียน 0 ห้อยไว้หน้า 7 ในหลักถัดไปทางขวา จากนั้นหาผลบวกหลักถัดไป

$$\begin{array}{cccc} 5 & 6 & 7 & 8 \\ \underline{2} & \underline{4} & \underline{6} & \underline{8} \\ {}_{0}7 & {}_{1}0 & & \end{array} +$$

2. หาผลบวก $6+4=10$ เขียน 1 ไว้ใต้ 7 ส่วน 0 ในหลักถัดไปทางขวาแถวเดียวกับ 7 แล้วดำเนินการบวกหลักถัดไป ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{array}{cccc} 5 & 6 & 7 & 8 \\ \underline{2} & \underline{4} & \underline{6} & \underline{8} \\ {}_{0}7 & {}_{1}0 & {}_{1}3 & {}_{1}6 \\ \underline{\underline{8}} & \underline{\underline{1}} & \underline{\underline{4}} & \underline{\underline{6}} \end{array} +$$

3. หาผลบวก $7+6=13$ เขียน 1 ไว้ใต้ 0 ส่วน 3 ในหลักถัดไป $8+8=16$ เขียน 1 ไว้ใต้ 3 ส่วน 6 เขียนในหลักถัดไป แล้วหาผลบวกแต่ละหลักด้วยวิธีครบสิบและไม่ครบสิบ

ตอบ $5678+2468=8146$

ตัวอย่างที่ 4 หาผลบวกของ $98565678+48902468$ และแสดงการยันความถูกต้อง

วิธีทำ ยันความถูกต้อง (คัดออกเก้า)

$$\begin{array}{ccccccccc} & 9 & 8 & 5 & 6 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ & \underline{4} & \underline{8} & \underline{9} & \underline{0} & \underline{2} & \underline{4} & \underline{6} & \underline{8} \\ 1 & {}_{1}3 & {}_{1}6 & {}_{0}4 & {}_{0}6 & {}_{1}7 & {}_{1}0 & {}_{1}3 & 6 \end{array} + \quad =147468146 \qquad \rightarrow \qquad \begin{array}{c} 0 \\ \underline{5} \\ \underline{\underline{5}} \end{array} +$$

ตัวอย่างที่ 5 หาผลบวกของ $1567896869+85372807$

วิธีทำ ยันความถูกต้อง (คัดออกเก้า)

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 6 & 8 & 6 & 9 \\ & & \underline{8} & \underline{5} & \underline{3} & \underline{7} & \underline{2} & \underline{8} & \underline{0} & \underline{7} \\ 1 & {}_{1}5 & {}_{1}4 & {}_{1}2 & {}_{1}1 & {}_{0}6 & {}_{1}8 & {}_{0}6 & {}_{1}6 & 6 \end{array} + \quad =1653269676 \qquad \rightarrow \qquad \begin{array}{c} 2 \\ \underline{4} \\ \underline{\underline{6}} \end{array} +$$

หมายเหตุ

การกำหนดการเขียนผลลัพธ์การคำนวณข้างต้นโดยการเขียนตัวห้อย และการเขียนผลลัพธ์ให้ตรงกับตำแหน่งของตัวตั้งกับตัวที่นำไปกระทำการคำนวณนั้น

มีความจำเป็นต่อระบบการคิดเลขเร็วและความแม่นยำในการคำนวณ การบวก การลบ การคูณ และการหาร หรือการยกกำลังสอง กำลังสาม การถอดรากที่สอง การถอดรากที่สามเป็นต้น ดังนั้นผู้ที่ศึกษาวิธีคิดเลขเร็วแบบวิธีเวทคณิต พึงระมัดระวังการแสดงวิธีทำให้ถูกต้องตามหลักวิธีการเขียนที่กล่าวมาข้างต้น จะทำให้ไม่ขัดแย้งกับระบบการคิดเลขเร็วที่จะเรียนรู้ต่อไปข้างหน้า

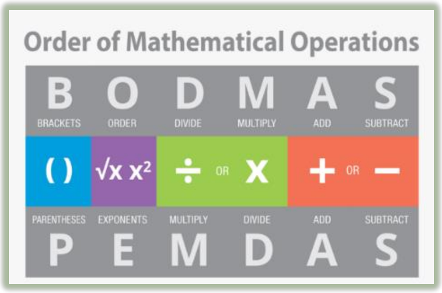
2.4 ลำดับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (PIMDAS)

วิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์นั้น การดำเนินการคิดคำนวณเครื่องหมายทางในคณิตศาสตร์นั้นลำดับก่อนหลังการดำเนินที่สำคัญได้แก่ การบวก $(+)$ การลบ $(-)$ การคูณ $(\times)$ การหาร $(\div)$ วงเล็บ () ปีกกา {} และเลขยกกำลัง $((a^n))$ เป็นต้น

เมื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีการดำเนินการได้หลายแบบและอาจทำให้ได้คำตอบที่ไม่ตรงกันในการดำเนินการแต่ละครั้ง จึงเป็นที่มาของ**ข้อตกลงร่วมกันในนักคณิตศาสตร์ทั่วโลกว่าลำดับของการดำเนินการต้องเป็นความเข้าใจที่ตรงกัน** เพื่อให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการดำเนินการมากกว่าหนึ่งการกระทำเป็นไปได้อย่างถูกต้อง ไม่เช่นนั้นคำตอบที่ได้จะผิดเพี้ยนไป

การดำเนินการต้องเป็นไปตามกฎพิมดาส (PIMDAS) หรือกฎเมดแมส (MEDMAS) พื้นฐานที่สำคัญคือต้องดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากซ้ายไปขวา เริ่มต้นจาก วงเล็บ (brackets or parenthesis) เลขยกกำลัง (exponents) การคูณ (multiplication) การหาร (division) การบวก (addition) และการลบ (subtraction)

ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้



ขั้นตอนที่ 1 ดำเนินการคำนวณในส่วนที่อยู่ในวงเล็บก่อน (...)

ขั้นตอนที่ 2 ตามมาด้วยดำเนินการคำนวณในส่วนที่เป็นเลขยกกำลัง หรือราก [a^n หรือ $\sqrt[n]{a}$]

ขั้นตอนที่ 3 จากนั้นดำเนินการในส่วนที่เป็นการคูณและหารทั้งหมด $(\times / \div)$ โดยคำนวณซ้ายไปขวา

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการคำนวณสุดท้ายเสมอคือการบวกและลบทั้งหมด $(+/-)$ ในทำนองเดียวกันคำนวณจากซ้ายไปขวาเช่นกัน

ตัวอย่างที่ 1 หาค่าของ $2^3 - 3 \times (8-6)$

วิธีทำ $2^3 - 3 \times (8-6) = 2^3 - 3 \times (2)$ หาค่า $8-6=2$ ในวงเล็บก่อน

$= 8 - 3 \times 2$ ถัดมาคำนวณเลขชี้กำลัง $2^3 = 8$

$= 8 - 6$ ดำเนินการหาผลคูณ

$= 2$ ดำเนินการลบเป็นขั้นสุดท้าย

ตัวอย่างที่ 2 หาค่าของ

(1) $8 + 9 - 7 = (8 + 9) - 7 = 17 - 7 = 10$

(2) $15\times13+25\times16 = (15\times13)+(25\times16) = 195+400 = 595$

(3) $25-10 + 9 = (25-10) + 9 = 24$

(4) $(16\times9) \times 15 = 144 \times 15 = 2160$

(5) $12 + (6 \div 2) = 12 + (3) = 15$

(6) $21 + 4 \times 12 = 21 + (4 \times 12) = 21+48 = 69$

(7) $16 \div 2 + 3 = (16 \div 2) + 3 = 8+3 = 11$

(8) $12 \div 2 \times (8 \div 2) = 12 \div 2 \times (4) = (12 \div 2) \times 4 = 6\times4 = 24$

(9) $8 \div 2 \times 24 = (8 \div 2) \times 24 = 4\times24 = 48$

(10) $20 + (12 \times 19) = 20+228 = 248$

(11) $3+6\times2 = 3+(6\times2) = 3+12 = 15$

(12) $(3+6)\times2 = 9\times2 = 18$

(13) $12\div6\times3\div2 = (12\div6)\times3\div2 = 2\times3\div2 = 6\div2 = 3$

(14) $7 + (6 \times 5^2 + 3) = 7+(6 \times 25+ 3) = 7+(150+ 3) = 7+(150+ 3) = 7+153 = 160$

ตัวอย่างที่ 3 นาย ก โยนวัตถุขึ้นตรงไปบนท้องฟ้าด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที จงหาว่า ณ วินาทีที่ 20 วัตถุอยู่สูงจากเขาเท่าไร

วิธีทำ นาย ก ใช้สูตรที่มีผลจากแรงโน้มถ่วงของโลก ดังนี้

$$\text{ส่วนสูง} = \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา (วินาทีที่)} - \left(\frac{1}{2}\right) \times 9.8 \times \text{วินาที}^2$$

เขาแทนค่า ความเร็ว = 20 เมตรต่อวินาที และ วินาทีที่ 20 ได้

$$\text{ส่วนสูง} = 20 \times 2 - \left(\frac{1}{2}\right) \times 9.8 \times 2^2$$

ขั้นต่อไปนี้คือการคำนวณ จะพบว่าสมการข้างบนตามกฎพิมดาส (PIMDAS)

เริ่มต้นที่ วงเล็บ : $\text{ส่วนสูง} = 20 \times 2 - (0.5) \times 9.8 \times 2^2$

และแล้วก็ เลขชี้กำลัง : $\text{ส่วนสูง} = 20 \times 2 - (0.5) \times 9.8 \times 4$

ขั้นต่อไปคือการคูณ $\text{ส่วนสูง} = 40 - 19.6$

สิ้นสุดที่การลบ $\text{ส่วนสูง} = 20.4$ เมตร

2.5 การบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method)

หรือการบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

ในเวทคณิตการบวกนี้ใช้**สูตรที่ 1 เอกาธิเกนะ ปูรเวณะ** ซึ่งหมายถึงการเพิ่มหนึ่งให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า (Ekādhikena Pūrveṇa mean By one more than the one before)

ความหมายในภาษาสันสกฤต

เอก ค. เอก หนึ่ง เดียว (one)

อธิก ค. เกิน มาก มากกว่า เหนือ เพิ่มเข้ามา (more)

ปูรฺวฺว ค. ก่อน ประถม แรก (before)

ปูรเวณ ก.ว. ทางทิศตะวันออก (Purvena – before)

การบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

ศึกษา ลองพิจารณา การบวกเลข $458+749$ ข้างล่างนี้ด้วยวิธีดั่งเดิม

$$\begin{array}{rrrrl} {}^{1} & \overset{1}{4} & \overset{1}{5} & 8 & \\ & 7 & 4 & 9 & + \\ \hline 1 & 2 & 0 & 7 & \\ \hline\hline \end{array}$$

ต่อไปนี้เราจะศึกษาการบวกเลข $458+749$ **ด้วยวิธีเวทคณิตเป็นการบวกด้วยวิธีใช้จุด** นี้ก็คล้ายกับวิธีดั้งเดิม เพียงแต่แทนการทด 1 ด้วยจุด (•) บนตัวเลขที่อยู่หลักถัดไปข้างหน้า เพื่อแสดงถึงการเพิ่มด้วย +1 (1 = •) ที่ตัวเลขหลักข้างหน้านี้ ด้วยเหตุเช่นนี้เวลาบวกเลขของแต่ละหลักของตัวตั้งและตัวบวก **ผลบวกของแต่ละหลักจะไม่เกินเก้า** (9) นี่คือเหตุผลที่กล่าวมาแล้วในเรื่อง

การคิดเลขจากซ้ายไปขวา (Calculation From Left to Right)

ข้างต้นว่าระบบการคิดเลขของเวทคณิตนั้นเป็นระบบวิธีการคิดเลขแบบวิธีการแยกหลัก (Digit Separator Method) ที่จะช่วยให้คิดเลขได้เร็วและลดโอกาสที่จะผิดพลาดเพราะแต่ละหลักจะได้ผลลัพธ์เป็นเลขโดด (Digital) โดยที่แต่ละหลักจะเป็นอิสระต่อกันจึงไม่มีผลต่อการทด

จากตัวอย่างข้างต้นที่แสดงถึงการบวกของ $458+749$ **ด้วยวิธีการแบบดังเดิม**

ทีนี้ลองมาพิจารณาการบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method) แบบเวทคณิตเป็นดังนี้

$$\begin{array}{rrrrl} \cdot & \dot{4} & \dot{5} & 8 & \\ & 7 & 4 & 9 & + \\ \hline & & & & \\ \hline\hline \end{array}$$

ขั้นตอนการคิด

1. สำรวจตัวเลขแต่ละหลักจะเริ่มจากซ้ายไปขวา หรือ ขวาไปซ้ายก็ได้ ถ้าพบว่าผลบวกตัวเลขหลักใด **มากกว่าเก้า** (9) ให้ใส่จุด (•) บนตัวเลขที่อยู่หลักถัดไปข้างหน้า

ในตัวอย่างนี้ พบว่า หลักหน่วย $8+9>9$ ให้ใส่จุด $(\bullet)$ บนตัวเลข 5 $(\dot{5}=6)$ ที่หลักสิบ

หลักสิบ $\dot{5}+4>9$ ให้ใส่จุด $(\bullet)$ บนตัวเลขหลักร้อยคือ $\dot{4}=5$

หลักร้อย $\dot{4}+7>9$ ในทำนองเดียวให้ใส่จุด $(\bullet)$ บนตัวเลขหลักถัดไปข้างหน้าแต่ไม่มีตัวเลขปรากฏอยู่ ซึ่งที่จริงเป็นตำแหน่งของเลขหลักพัน ให้เขียนจุด $(\bullet)$ ลอย ๆ ข้างบนแถวเดียวกันกับจุด $(\bullet)$ ที่เขียนมาแล้วข้างต้น

2. **ดำเนินการบวกเลขแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา ด้วยการนำวิธี "การบวกด้วยการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ"** ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \dot{4} & \dot{5} & 8 \\ & 7 & 4 & 9 \\ \hline 1 & & & \\ \hline\hline \end{array} +$$

เนื่องจากมีจุด $(\bullet)$ เขียนอยู่ที่หลักพัน แสดงว่าตัวเลขที่หลักพันคือ 1 เขียน 1 ในช่องหลักพันของคำตอบ

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \dot{4} & \dot{5} & 8 \\ & 7 & 4 & 9 \\ \hline 1 & 2 & & \\ \hline\hline \end{array} +$$

หลักร้อย $\dot{4}+7=5+5+2\geq 10$ จะเห็นได้ว่า $5+5$ ครบสิบแล้ว คัดสิบออกได้เลย เศษเหลือจากการคัดสิบออก คือ 2 นำ 2 ใส่ในช่องหลักร้อยของคำตอบ

นี่ ! คือระบบวิธีการคิดเลขแบบวิธีการแยกหลัก (Digit Separator Method) ที่จะช่วยให้คิดเลขได้เร็วและลดโอกาสที่จะผิดพลาดสูง

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \dot{4} & \dot{5} & 8 \\ & 7 & 4 & 9 \\ \hline 1 & 2 & 0 & \\ \hline\hline \end{array} +$$

หลักสิบ $\dot{5}+4=10\geq 10$ พบว่าผลบวกลงท้ายด้วยศูนย์ (0) นำ 0 ใส่ในช่องหลักสิบของคำตอบ

$$\begin{array}{cccc} \cdot & \dot{4} & \dot{5} & 8 \\ & 7 & 4 & 9 \\ \hline 1 & 2 & 0 & 7 \\ \hline\hline \end{array} +$$

หลักหน่วย $8+9=(7+1)+9=7+10>9$ คัด 10 ออกเศษเหลือ 7 นำ 7 ไปใส่ที่หลักหน่วยของคำตอบ

ดังนั้น $458+749=1207$

แต่ ยังไม่ใช่ขั้นสุดท้ายของการคำนวณ ยังต้องตรวจสอบความถูกต้องด้วยการยันความถูกต้อง

คัดออกเก้า คัดออกสิบเอ็ด

$$\begin{array}{r} \dot{4}\ \dot{5}\ \dot{8} \\ 7\ 4\ 9 \\ \hline 1\ 2\ 0\ 7 \end{array} + \quad \rightarrow 1 \qquad \begin{array}{c} 8 \\ \underline{2} \\ 1 \end{array} + \qquad \begin{array}{l} 8-5+4 \\ 9-4+7 \\ 7-0+2-1=8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} =7 \\ =\underline{12} \\ 19=9-1=8 \end{array} +$$

แสดงผลการคำนวณนั้นถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของ 4328 + 3165

วิธีทำ ขั้นตอน 4328 + 3165

1. เขียนตัวเลขของแต่ละหลักของสองจำนวนให้ตรงกัน ในกรณีนี้คือ

เนื่องจากเวทคณิตเสนอการคิดเลขจากซ้ายไปขวา

ดังนั้น ให้สังเกตว่าตัวเลขในแต่ละหลักมีผลบวกครบสิบหรือไม่

ถ้าครบสิบ ให้ใส่จุด $(\bullet)$ ไว้บนตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

$$\begin{array}{r} 4\ 3\ \dot{2}\ 8 \\ \underline{3\ 1\ 6\ 5} \\ \underline{\underline{7\ 4\ 9\ 3}} \end{array} +$$

ในที่นี้ มีอยู่หลักเดียว คือหลักหน่วย $(8+5>10)$ ให้ใส่จุด $(\bullet)$

ไว้บนตัวเลข 2 ซึ่งอยู่ที่หลักสิบ ที่ถัดไปข้างหน้า

2. ดำเนินการเขียนคำตอบได้เลย โดยหารผลบวกแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา $(4+3=7)$, $(3+1=4)$, $(\dot{2}+6=9)$ เพราะผลบวกตัวเลขแต่ละหลักไม่เกินมากกว่าเก้า (9) ฉะเพาะที่**หลักหน่วย** $8+5>10$ ให้คิดการบวกด้วยวิธีการจัดกลุ่มให้ครบสิบและกลุ่มไม่ครบสิบ วิธีก็คือ 8 ดึง 2 มาจาก 5 $(8+5=8+2+3)$ เพื่อให้ได้ครบสิบ ส่วนเศษเหลือ 3 ก็จะได้เป็นคำตอบของหลักหน่วยนั้นเลย

ข้อสังเกตุ การบวกเลขจากซ้ายไปขวาและการใส่จุดบนตัวเลขของหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้าของหลักที่มีผลบวกมากไม่มากกว่า (9) หลังจากนั้นก็หาผลบวกตัวเลขแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา ผลบวกตัวเลขแต่ละหลักเป็นตัวเลขตัวเดียว ในเรื่องนี้มีเอกสารอ้างอิงของผู้อำนวนการองค์การน่าซ่ายกย่องว่าคนอินเดียคิดเลขเป็นระบบดิจิทัลมานานแล้ว

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น การคำนวณหาคำตอบเสร็จแล้วก็จริง ยังถือว่าไม่สำเร็จอย่างสิ้นเชิง ยังต้องตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ถ้าคำตอบผิดเสียแล้ว ก็เหมือน “พระเอกตายตอนจบ” มันเป็นเรื่องน่าเศร้า นี่คือเรื่องที่ประสบจริง ๆ

จากตัวอย่างที่ 1 เมื่อหาผลบวกของ $4328 + 3165 = 7493$ ถูกต้องไหมหนอ ?

วิธีทำ คัดออกเก้า คัดออกสิบเอ็ด

$$\begin{array}{r} \cancel{4}\ \cancel{3}\ \cancel{2}\ 8 \\ \underline{\cancel{3}\ 1\ \cancel{6}\ 5} \\ \underline{\underline{\cancel{7}\ \overset{-2}{\cancel{4}}\ \cancel{9}\ 3}} \end{array} + \quad \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow 5 \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 \\ \underline{6} \\ \underline{\underline{14}} \rightarrow 5 \end{array} + \quad 3-9+4-7=-9 \qquad \begin{array}{r} 8-2+3-4=\ 5 \\ 5-6+1-3=\ \underline{-3} \\ \underline{\underline{+2}} \end{array} +$$

$$=-9 \rightarrow -9+11=2$$

ตัวอย่างที่ 2 หาผลบวกของ $796+876$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 7\ 9\ 6 \\ +\ \underline{8\ 7\ 6} \\ \hline\hline \end{array}$$

สังเกต ผลบวกของตัวเลขแต่ ๆ หลักมีผลบวกเกิน 9 หรือไม่ ถ้ามีให้ใส่จุดเหนือตัวเลขหลักถัดไปของตัวตั้งแล้วหาผลบวกแต่ละหลักจากหลังทางซ้ายสุดไปทางขวา

วิธีหาผลบวกแต่หลักนั้น เนื่องจากการใส่จุดไว้บนเหนือตัวเลขถัดไปข้างหน้านั้นแล้ว แสดงว่าเรามีการทดไปแล้วจึงผลลัพธ์ตัวเลขสองตัวเมื่อครบสิบแล้วก็คัดสิบออก ส่วนเศษเหลือจะเป็นโดดตัวเดียวใส่ใส่ในช่องเป็นคำตอบ ณ หลักนั้น ๆ

$$\begin{array}{r} \cdot\ \dot{7}\ \dot{9}\ 6 \\ +\ \underline{8\ 7\ 6} \\ \underline{\underline{1\ 6\ 7\ 2}} \end{array}$$

ในที่นี้ พบว่าหลักหน่วย หลักสิบและหลักร้อยทุกหลักผลบวกมากกว่า 9 จึงใส่ (•) ไปยังหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า คือ หลักสิบ หลักร้อย และหลักพันจากนั้นหาผลบวกจากหลักทางซ้ายไปทางขวา

จองไปที่ หลักพัน พบว่ามีจุดอยู่ ดังนั้นหลักพัน ใส่ 1 บนช่องหลักพันของคำตอบ

หลักร้อย พบว่า •+7+8 คิด 8+•=9 แต่เนื่องจาก 9+1=10 (ครบสิบ) ยืม 1 จาก 7 เหลือเศษ 6 เป็นคำตอบในช่องหลักร้อย

หลักสิบ พบว่า •+9=10 เหลือ 7 พอดี ใส่เป็นคำตอบ ณ หลักหลักสิบ

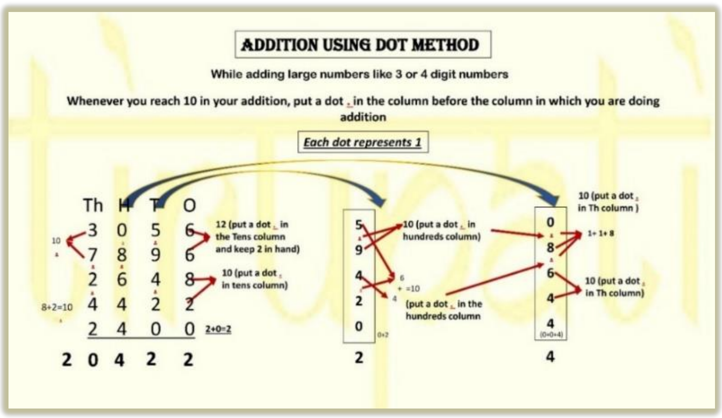
และ **หลักหน่วย** พบว่า 6+6=12 แต่เวลาคิดใช้วิธีครบสิบ 6+4 ได้ 10 ยืม 4 จาก 6 อีกตัวหนึ่งเหลือเศษ 2 เป็นคำตอบหลักหน่วย แล้วอ่านคำตอบจากซ้ายไปขวา 1672 (หนึ่งพันหกร้อยเจ็ดสิบสอง)

ตรวจสอบคำตอบยันตวามถูกต้อง

คัดออกเก้า คัดออกสิบเอ็ด

$$\begin{array}{rcccl} 7\ 9\ 6 & \rightarrow & 4 & & 6-9+7=4 \\ +\ \underline{8\ 7\ 6} & \rightarrow & +\ \underline{3} & & +\ 6-7+8=\underline{7} \\ \underline{\underline{1\ 6\ 7\ 2}} \rightarrow 7 & \rightarrow & \underline{\underline{7}} & 2-7+6-1=0 & \underline{\underline{11}} \rightarrow 0 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 3



https://www.learnpick.in/prime/documents/notes/details/2429/addition-the-most-basic-operation-through-vedic-tricks-

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นนั้น ในทางปฏิบัติแล้วการบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method) หรือการบวกเลขด้วยวิธีการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า สามารถได้แก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนของหน่วยการวัด (เช่น หน่วยการวัดกิโลเมตร เมตร เซนติเมตร) หน่วยเงินตรา (บาทและสตางค์) น้ำหนัก (กิโลกรัม-กรัม) ความจุ (ลิตร-มิลลิลิตร) เวลา (ชั่วโมง นาที วินาที) ทศนิยม เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 4 การหาผลบวกระยะทางดังตารางข้างล่างนี้

กิโลเมตร	เมตร	เซนติเมตร
225	565	48
1235	385	75
798	890	65
1156	639	94
391	97	79

→

กิโลเมตร	เมตร	เซนติเมตร
0225	565	48
$12\dot{3}5$	$\dot{3}\dot{8}\dot{5}$	$\dot{7}5$
$\dot{0}\dot{7}9\dot{8}$	$\dot{8}90$	65
$1\dot{1}\dot{5}\dot{6}$	$6\dot{3}\dot{9}$	$\dot{9}4$
$0\dot{3}91$	$\dot{0}9\dot{7}$	$\dot{7}9$
4807	579	61

หมายเหตุ

จากตัวอย่างที่ 3 เป็นการตอบคำถามได้ดีว่า "ทำไมการบวกเลขวิธีของเวทคณิตจึงใช้สูตรเอกาธิเกนะ ปูรเวณะ หรือการบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า"

ตัวอย่างที่ 5 หาผลบวกของ 234 + 403 + 564 + 721

วิธีทำ 234 + 403 + 564 + 721 **ยันความถูกต้อง (คัดออเก้า)**

$$\begin{array}{cccc l}
0 & \dot{2} & \dot{3} & 4 & + \\
0 & 4 & 0 & 3 & + \\
\dot{0} & 5 & 6 & 4 & + \\
\underline{0} & \underline{7} & \underline{2} & \underline{1} & \\
\text{ตอบ}\ 1 & \cancel{9} & 2 & 2 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c l}
0 & + \\
7 & + \\
6 & + \\
\underline{1} & \\
5 &
\end{array}$$

ดังนั้น $234+403+564+721=1922$ เป็นคำตอบ

ตัวอย่างที่ 5 หาผลบวกของ 78924 + 27272 + 72684

วิธีทำ **ยันความถูกต้อง (คัดออเก้า)**

$$\begin{array}{cccccc l}
\dot{0} & \dot{7} & \dot{8} & 9 & \dot{2} & 4 & + \\
0 & 2 & 7 & \dot{2} & 7 & 2 & + \\
\underline{0} & \underline{7} & \underline{2} & \underline{6} & \underline{8} & \underline{4} & \\
1 & \overset{-2}{\cancel{7}} & 8 & \cancel{8} & \cancel{8} & \cancel{0} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c l}
3 & + \\
2 & + \\
\underline{0} & \\
5 &
\end{array}$$

ดังนั้น $78924 + 27272 + 72684 = 178880$

2.6 การบวกด้วยการใช้ขบวนการศุทธิการัน (Addition Using Sudhikaran process)

การบวกด้วยวิธีใช้จุด (Addition Using Dot Method) เป็นการบวกที่แทนการทด 1 ด้วยจุด (•) ให้กับตัวเลขที่อยู่หลักถัดไปข้างหน้า

จากตัวอย่างข้างต้นวิธีการนั้นเหมือนวิธีดั้งเดิม ในเวทคณิตยังมีการบวกด้วยขบวนการศุทธิการัน (Sudhikaran process) โดยการบวกต่อเนื่องในแต่ละหลักนั้น เมื่อครบสิบก็ใส่จุดบนตัวเลข ณ หลักนั้น แล้วนำเศษเหลือจากการครบสิบไปบวกกับตัวเลขถัดไปในหลักนั้นเป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนตัวเลขตัวสุดท้ายของหลักนั้น เศษเหลือที่ไม่ครบสิบ นำไปใส่ในช่องคำตอบของหลักนั้น

การดำเนินการบวกก็เช่นเดียวกับการดำเนินการบวกด้วยวิธีใช้จุดแต่ไม่นำจดไปใส่บนตัวเลขถัดไปข้างหน้า ในเวทคณิตเรียกวิธีการบวกแบบนี้ว่าการบวกด้วยขบวนการศุทธิการัน

http://vedic-solutions.blogspot.com/2008/09/addition-and-subtraction-addition-in.html

หมายเหตุ ศุทฺธิกร adj. correcting

https://kosha.sanskrit.today/word/en/shuddhikara/th

ตัวอย่างที่ 5 หาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้ $379+854+767+426$

วิธีทำ เขียนตัวเลขแต่ละหลักของแต่ละจำนวนให้ตรงกันตำแหน่งต่อตำแหน่ง

$$
\begin{array}{r}
3\,7\,\dot{9} \\
8\,5\,4 \\
7\,6\,\dot{7} \\
\underline{4\,2\,6} \\
\underline{\underline{6}}
\end{array}
+
\qquad
\begin{array}{r}
3\,\dot{7}\,\dot{9} \\
8\,5\,4 \\
7\,\dot{6}\,\dot{7} \\
\underline{4\,2\,6} \\
\underline{\underline{2\,6}}
\end{array}
+
\qquad
\begin{array}{r}
3\,\dot{7}\,\dot{9} \\
\dot{8}\,5\,4 \\
\dot{7}\,\dot{6}\,\dot{7} \\
\underline{4\,2\,6} \\
\underline{\underline{2\,4\,2\,6}}
\end{array}
+
$$

ตัวอย่างที่ 7 หาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้ $78924+27272+99999+72672$

วิธีทำ เขียนตัวเลขแต่ละหลักของแต่ละจำนวนให้ตรงกันตำแหน่งต่อตำแหน่ง

$$
\begin{array}{r}
7892\,4 \\
2727\dot{7}2 \\
9999\dot{9} \\
\underline{726\dot{7}2} \\
\underline{\underline{67}}
\end{array}
+
\qquad
\begin{array}{r}
7\dot{8}\dot{9}24 \\
\dot{2}72\dot{7}2 \\
\dot{9}\dot{9}\dot{9}9\dot{9} \\
\underline{726\dot{7}2} \\
\underline{\underline{278867}}
\end{array}
+
$$

การบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

ในเวทคณิต เป็นการบวกด้วยสูตรที่ 1 เอกาธิเกนะ ปูรเวณะ

(Stura 1 Ekādhikena Pūrveṇa = **सूत्र १ एकाधिकेन पूर्वेण** =)

Ekādhikena Pūrveṇa mean By one more than the one before

Eka = เอก ค. เอก หนึ่ง เดียว (one)

Adhika = อธิก ค. เกิน มาก มากกว่า เหนือ เพิ่มเข้ามา (more)

Purva = ปูรฺวฺว ค. ก่อน ประถม แรก (before)

ปูรเวณ ก.ว. ทางทิศตะวันออก (Purvena – before)

สูตรนี้อธิบายหมายถึงการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้าของจำนวนนั้น

แบบฝึกหัดชุดที่ 3 หาผลบวกของของจำนวนต่อไปนี้ ด้วยวิธีการดำเนินการบวกจากทางซ้ายไปทางขวา

1. 2 7 + 5 2
2) 6 1 + 5 8
3) 4 8 + 7 7
4. 6 5 7 + 1 5 6
5. 4 3 8 + 9 5 6
6. 2 1 8 + 7 4 3
7. 6 5 7 8 + 1 5 6 2
8. 4 5 9 9 + 7 4 2 2
9. 3 9 2 6 + 9 4 8 5
10. 4 5 7 9 1 + 8 8 7 7 6
11. 4 4 5 6 7 + 9 9 2 6 0
12. 9 7 6 6 9 + 7 8 7 8 9

แบบฝึกหัดชุดที่ 4 การบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 ให้กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

1. หาผลบวกของของจำนวนต่อไปนี้ ดังแสดงในตัวอย่าง

1) $7+8=15=\dot{}5$ 2) $4+5=9$ 3) $7+5=\dot{}2$

4) $8+6$ 5) $8+9$ 6) $5+8$

7) $4+6$ 8) $7+9$ 9) $5+9$

2. จงหาผลบวกของของจำนวนต่อไปนี้

1) 3 7 + 2 3 = 6 0
2) 6 5 + 5 9 = 12 4
3) 4 8 + 9 9 = 14 7

+

4) 6 5 7 +
1 5 6

5) 4 3 8 +
9 5 6

6) 2 1 8
7 4 3

7) 6 5 7 8 +
1 5 6 2

8) 4 5 9 9 +
7 4 2 2

9) 3 9 2 6 +
9 4 8 5

10) 6 5 7 8 1 +
7 5 6 3 9

11) 8 4 5 5 9 +
9 8 4 6 2

12) 9 9 2 6 0 +
9 4 8 5 9

13 4 5 7 8 7
8 8 7 8 7
2 4 5 6 7 +
8 5 9 0 8
7 5 6 3 9

14) 4 4 5 5 9
2 5 7 8 7
8 4 5 5 9 +
6 5 7 8 1
9 8 4 6 2

15) 9 7 6 6 9
6 9 7 8 8
9 9 2 6 0 +
4 5 8 9 3
9 4 8 5 9

16) 6 5 7 8 1
9 9 7 9 8 +
2 5 7 8 7
7 5 6 3 9

17) 8 4 5 5 9
6 5 7 8 1 +
8 4 5 5 9
9 8 4 6 2

18) 9 9 2 6 0
7 5 7 7 7 +
4 5 8 9 9
9 4 8 5 9

19) 4 5 7 8 7
7 7 7
6 9 7 8 8 +
8 7 8 7
7 5 7 7 7
7 5 6 3 9

20) 4 4 5 5 9
6 9 7 8 8
5 9 7 6 8 +
2 5 7 8 7
8 4 5 5 9
9 8 4 6 2

21) 9 7 6 6 9
8 4 5 5 9
4 8 7 0
9 0 8 8 +
8 8 7 8 7
8 5 9

22)
4 5 7 8 7
7 5 7 7 7
5 9 7 6 8
2 5 7 8 7 +
7 6 8
8 8 7 8 7
9 7 6 6 9
7 5 6 3 9

23)
4 4 5 5 9
6 9 7 8 8
9 9 0 8 8
8 8 7 8 7 +
6 5 7 8 1
2 5 7 8 7
6 5 7 8 1
9 8 4 6 2

24)
9 7 6 6 9
8 4 5 5 9
9 7 6 6 9
8 8 8 8 8 +
8 4 5 5 9
6 9 7 8 8
4 5 7 8 7
9 4 8 5 9

25)
4 5 7 8 7 9
7 5 7 7 7 5
6 9 7 8 8 5
7 8 7
7 5 6 3 9 9

26)
5 5 9 7
8 4 5 5 9 5
9 7 6 8 7
2 5 7 8 7 5
9 8 4 6 2

27)
9 7 6 6 9 7 9
6 9 7 8 8
8 4 8 7 0 6 7 9
6 9 7 8 8 6 9 0
5 4 9 4 8 5 9

2.7 การบวกด้วยสูตรศุทธะ

การบวกด้วยสูตรศุทธะ เป็นเอกลักษณ์เฉพาะของการคิดเลขเร็วในเวทคณิต เมื่อดำเนินการบวก การลบ การคูณ และการหาร ส่วนใหญ่แล้วเป็นเรื่องธรรมดาในระบบวิธีคิดแบบดั้งเดิม แต่ในเวทคณิตที่จะศึกษาการลบการคูณและการหารในบทต่อ ๆ ไปนั้นจะมีเทคนิคหลากหลายในการคิดเลขเร็ว จึงจำเป็นต้องมีรูปแบบเฉพาะให้สอดคล้องกับการดำเนินการกระทำที่กล่าวข้างต้นนั้น ๆ รูปแบบเฉพาะของการบวกด้วยสูตรศุทธะ จากความหมายของ คำ “ศุทธ” หมายถึง บริศุทธ์ ถูก นั่นคือเป็นการบวกแยกออกแต่ละหลักไม่เกี่ยวข้องกันก่อนจนครบทุกหลักแล้วจึงจะมาหาผลลัพธ์สุทธิในขั้นสุดท้ายเป็นคำตอบของการบวกนั้น

ในเวทคณิต

อุปสูตรที่ 15 ศุทธะ (Upasutra 15 Śūddha = उपसूत्र १५. शुद्ध)

Śūddha = ศุทธ ค. บริศุทธ์ สะอาด ถูก (Purification)

ดังตัวอย่างในการหาผลบวกด้วยสูตรศุทธะ นี้

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของ $48+165$

วิธีทำ ขั้นตอน

$48+165$

1. จัดตำแหน่งแต่ละหลักของสองจำนวนให้ตรงกัน ใส่ 0 ในกรณีที่จำนวนนั้นมีตัวเลขไม่ครบหลัก ขีดเส้นคั่นแต่ละหลัก

$$\begin{array}{c|c|c} 0 & 4 & 8 \\ 1 & 6 & 5 \\ \hline & & \\ \hline\hline \end{array}$$

ในกรณีนี้คือ

2. หาผลบวกแต่ละหลัก ถึงแม้ว่าผลบวกแต่ละหลักมากกว่าหรือเท่ากับ 10 ก็ใส่ผลลัพธ์ของแต่ละหลักไปก่อน หลักหน่วย $8+5=13$ หลักสิบ $4+6=10$ หลักร้อย $0+1=1$

$$\begin{array}{c|c|c} 0 & 4 & 8 \\ 1 & 6 & 5 \\ \hline 1 & 10 & 13 \\ \hline\hline \end{array}$$

3. เนื่องจากแต่ละหลักจะต้องเป็นตัวเลขโดดเพียงตัวเดียว จากการหาผลบวกแต่ละหลักข้างต้นจะต้องมีขบวนการหาผลลัพธ์ต่อโดยนำค่าที่มากกว่าหรือเท่ากับ 10 ของหลักนั้น ๆ ไปบวกกับหลักหน่วยหรือหลักสิบของหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า ดำเนินการเช่นนี้จนครบทุกหลักก็จะได้ผลลัพธ์สุทธิ เป็นขั้นสุดท้ายของการบวกเลขสองจำนวนที่กำหนดให้นั้น

ในกรณีนี้ ก็คือที่หลักหน่วย ยังมีค่าเป็น 13 จะต้องนำ 1 ไปบวกกับหลักหน่วยของของหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า คือ $[1,\ 10,\ 13]=[1,\ 11,\ 3]$ ในทำนองเดียวกัน ที่หลักสิบ 11 จะต้องนำ 1 ไปบวกกับหลักหน่วยของของหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า คือ $[1,\ 11,\ 3]=[2,\ 1,\ 3]=213$

หรืออาจจะทำเป็นรูปผลสำเร็จได้เลย $[1,\ 10,\ 13]=[2,\ 1,\ 3]=213$ จึงจะสิ้นสุดขบวนการบวก

ตัวอย่างที่ 2 ในเวทคณิตจะมีการเขียนจำนวนในรูปแบบ เช่น จำนวน 142 ของระบบฐานสิบ จะมีการเขียนอยู่ในรูป 1 | 4 | 2 หรือ 1/4/2 แต่ก็มีหนังสือบางเล่มแบ่ง ก็มีการเขียนในรูปแบบ [1, 4, 2] อย่างนี้ก็มี ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกันในระหว่างการคำนวณ เป็นไปได้ที่บางจำนวนในระหว่างการคำนวณ อาจจะแบ่งจำนวนที่คำนวณอยู่นั้น ให้อยู่ในรูปแบบ $[1,24,3]$ ซึ่งจำนวนนี้เมื่อพิจารณาแล้วยังไม่ใช่ค่าที่แท้จริง (หรือภาษาสันสกฤตเรียกว่า “อศุทธะ (Asuddha = impure)”) เพราะหลักหน่วยคือ 3 หลักสิบคือ 24 หลักร้อยคือ 1 จะต้องทำให้ตัวเลขของแต่ละหลักมีเพียงตัวเดียว ดังนั้นจำนวนนี้จะต้องมีขบวนการหาค่าแท้จริง (หรือภาษาสันสกฤต เรียกว่า “ศุธิการัน (Suddhikaran = pure)”) ด้วยการที่ต้องยึดหลักที่ว่าด้วยตัวเลขแต่ละหลักต้องเป็นเลขโดดเพียงตัวเดียว ดังนั้น

$$[1,24,3] = [1+2,4,3] = 343$$

หรือวิธีการง่าย ๆ ที่เห็นได้ชัดเจนว่า $[1,24,3]$ หลักร้อย คือ 1 หลักสิบคือ 24 หลักหน่วยคือ 3 ซึ่งค่าแท้จริงคือ $(1\times100) + (24\times10) + (3\times1) = 100 + 240 + 3 = 343$

โดยทั่วไปในเวทคณิตจะเขียนแทนด้วย $[1,\ {}_{2}4,\ 3]$ ทำเครื่องหมายห้อยเป็นตัวทด

สรุป “อุปสูตรที่ 15 สูตรศุทธะ” เป็นสูตรทีใช้สำหรับการบวกของเลขสองจำนวนขึ้นไป มีวิธีการบวกก็เช่นเดียวกับวิธีดั่งเดิม แต่เป็นการบวกแยกแต่ละสดมภ์แล้วนำผลลัพธ์แต่ละสดมภ์มาหาผลบวกอีกทีให้เป็นเป็นผลลัพธ์สุทธิ

ตัวอย่างที่ 3 หาผลบวกของ $234+403+564+721$

วิธีทำ

$$\begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 4 \\ 7 & 2 & 1 \\ \hline 18 & 11 & 12 \\ \hline\hline \end{array}$$

แล้วหาผลบวกสุทธิของ $[1\,8, 1\,1, 1\,2] = 1922$

ดังนั้น $234+403+564+721=1922$

ขบวนการศุทธิกรันอาจจะดำเนินการในขั้นตอนการหาผลบวกของแต่ละหลักได้เลย โดยการใส่ผลลัพธ์ผลบวกตัวเลขสุดท้ายของหลักนั้น ๆ แล้วเขียนตัวทดห้อยไว้หน้าตัวเลขนั้นแล้วนำไปบวกหลักถัดไปข้างหน้า ก็จะได้ผลบวกสุทธิ ดังในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4 หาผลบวกของ $78924+27272+72684$

วิธีทำ

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 7 & 8 & 9 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 2 & 7 & 2 \\ 7 & 2 & 6 & 8 & 4 \\ \hline 16 & {}_{1}7 & {}_{1}7 & {}_{1}7 & {}_{1}0 \\ \hline\hline \end{array} \quad +$$

หรือ $1\ \underset{1}{6}\ \underset{1}{7}\ \underset{1}{7}\ \underset{1}{7}\ 0 = 178880$

ดังนั้น $78924 + 27272 + 72684 = 178880$

แบบฝึกหัดชุดที่ 5 การหาผลบวกด้วยอุปสูตรที่ 15 สูตรศุทธะ

1 4 5 7 8 7
8 8 7 8 7
2 4 5 6 7 +
8 5 9 0 8
7 5 6 3 9

2. 4 4 5 5 9
2 5 7 8 7
8 4 5 5 9 +
6 5 7 8 1
9 8 4 6 2

3. 9 7 6 6 9
6 9 7 8 8
9 9 2 6 0 +
4 5 8 9 3
9 4 8 5 9

4. 6 5 7 8 1
9 9 7 9 8 +
2 5 7 8 7
7 5 6 3 9

5 8 4 5 5 9
6 5 7 8 1 +
8 4 5 5 9
9 8 4 6 2

6. 9 9 2 6 0
7 5 7 7 7 +
4 5 8 9 9
9 4 8 5 9

7. 4 5 7 8 7
7 7 7
6 9 7 8 8 +
8 7 8 7
7 5 7 7 7
7 5 6 3 9

8. 4 4 5 5 9
6 9 7 8 8
5 9 7 6 8 +
2 5 7 8 7
8 4 5 5 9
9 8 4 6 2

9. 9 7 6 6 9
8 4 5 5 9
4 8 7 0
9 0 8 8 +
8 8 7 8 7
8 5 9

10. 4 5 7 8 7
7 5 7 7 7
5 9 7 6 8
2 5 7 8 7 +
7 6 8
8 8 7 8 7
9 7 6 6 9
7 5 6 3 9

11. 4 4 5 5 9
6 9 7 8 8
9 9 0 8 8
8 8 7 8 7 +
6 5 7 8 1
2 5 7 8 7
6 5 7 8 1
9 8 4 6 2

12. 9 7 6 6 9
8 4 5 5 9
9 7 6 6 9
8 8 8 8 8 +
8 4 5 5 9
6 9 7 8 8
4 5 7 8 7
9 4 8 5 9

13.
$$\begin{array}{r} 457879 \\ 757775 \\ 697885 \\ 787 \\ \underline{756399} \\ \hline\hline \end{array}$$

14.
$$\begin{array}{r} 5597 \\ 845595 \\ 97687 \\ 257875 \\ \underline{98462} \\ \hline\hline \end{array}$$

15.
$$\begin{array}{r} 9766979 \\ 69788 \\ 84870679 \\ 69788690 \\ \underline{5494859} \\ \hline\hline \end{array}$$

อย่างไรก็ตามเทคนิคในเวทคณิตการบวกนี้ใช้ สูตรที่ 1 เอกาธิเกนะ ปูรเวณะ (Stura 1 Ekādhikena Pūrveṇa) นี้ไม่ควรสับสนกับ อุปสูตรที่ 15 อุปสูตรศุทธะ (Upsura 15 Śūddha) ซึ่งใช้เทคนิคที่แตกต่างอย่างสิ้นเชิง