

1. การคำนวณจากซ้ายไปขวา

บทนำ

“ทำไมเวลาเราคิดเลขด้วยการบวก ลบ และคูณ เป็นการคิดจากทางขวาไปทางซ้าย แต่พอเราทำการหารเลขแล้วเรากลับดำเนินการหารจากทางซ้ายไปทางขวา ?”

นี่คือคำถามที่ทำให้เราคิดทำไมเราจึงไม่สามารถดำเนินการหารจากขวาไปซ้ายได้ละ ดังนั้นการคิดเลขเร็วแบบเวทคณิตจึงเสนอให้ปรับเปลี่ยนเทคนิค

ก่อนที่จะศึกษาคิดเลขได้รวดเร็ว ความแม่นยำ ความถูกต้องและมีประสิทธิภาพด้วยวิธีเวทคณิตนั้น เวทคณิตนั้นมีระบบที่สอดคล้องกับระบบสากล เพียงแต่เป็นวิธีทางเลือกในการคิดเลขอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งอาจจะเหมาะสมกับความสามารถของความแตกต่างของบุคคล ดังนั้นเราควรจะทบทวนระบบการคิดการคิดเลขที่ใช้อยู่ นั่นคือลำดับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (PMDAS)

1.1 ลำดับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (PMDAS)

วิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์นั้น การดำเนินการคิดคำนวณเครื่องหมายทางในคณิตศาสตร์นั้นลำดับก่อนหลังการดำเนินการที่สำคัญได้แก่ การบวก (+) การลบ (-) การคูณ (×) การหาร (÷) วงเล็บ () ปีกกา {} และเลขยกกำลัง (a^n) เป็นต้น

เมื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีการดำเนินการได้หลายการดำเนินการและอาจทำให้ได้คำตอบที่ไม่ตรงกันในการดำเนินการแต่ละครั้ง จึงเป็นที่มาของ

ข้อตกลงร่วมกันในนักคณิตศาสตร์ทั่วโลก

ว่าลำดับของการดำเนินการต้องเป็นความเข้าใจที่ตรงกัน

เพื่อให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการดำเนินการมากกว่าหนึ่งการกระทำเป็นไปได้อย่างถูกต้อง ไม่เช่นนั้นคำตอบที่ได้จะผิดเพี้ยนไป

การดำเนินการต้องเป็นไปตามกฎพีมดาส (PMDAS) หรือกฎเบดแมส (MEDMAS) พื้นฐานที่สำคัญคือต้องดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากซ้ายไปขวา เริ่มต้นจาก วงเล็บ (brackets or parenthesis) เลขยกกำลัง (exponents) การคูณ (multiplication) การหาร (division) การบวก (addition) และการลบ (subtraction)

ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ดำเนินการคำนวณในส่วนที่อยู่ในวงเล็บก่อน (...)

ขั้นตอนที่ 2 ตามมาด้วยดำเนินการคำนวณในส่วนที่เป็นเลขยกกำลัง หรือราก [a^n หรือ \sqrt{a}]

ขั้นตอนที่ 3 จากนั้นดำเนินการในส่วนที่เป็นการคูณและหารทั้งหมด (\times / \div) โดยคำนวณซ้ายไปขวา

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการคำนวณสุดท้ายเสมอคือการบวกและการลบ ทั้งหมด ($+ / -$) ในทำนองเดียวกันคำนวณจากซ้ายไปขวาเช่นกัน

ตัวอย่างที่ 1 หาค่าของ $2^3 - 3 \times (8-6)$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 2^3 - 3 \times (8-6) &= 2^3 - 3 \times (2) \\ &= 8 - 3 \times 2 \\ &= 8 - 6 \\ &= 2\end{aligned}$$

หาค่า $8-6=2$ ในวงเล็บก่อน
ถัดมาคำนวณเลขชี้กำลัง $2^3 = 8$
ดำเนินการหาผลคูณ
ดำเนินการลบเป็นขั้นสุดท้าย

ตัวอย่างที่ 2 หาค่าของ

- (1) $8 + 9 - 7 = (8 + 9) - 7 = 17 - 7 = 10$
- (2) $15 \times 13 + 25 \times 16 = (15 \times 13) + (25 \times 16) = 195 + 400 = 595$
- (3) $25 - 10 + 9 = (25 - 10) + 9 = 15 + 9 = 24$
- (4) $(16 \times 9) \times 15 = 144 \times 15 = 2160$
- (5) $12 + (6 \div 2) = 12 + (3) = 15$
- (6) $21 + 4 \times 12 = 21 + (4 \times 12) = 21 + 48 = 69$
- (7) $16 \div 2 + 3 = (16 \div 2) + 3 = 8 + 3 = 11$
- (8) $12 \div 2 \times (8 \div 2) = 12 \div 2 \times (4) = (12 \div 2) \times 4 = 6 \times 4 = 24$
- (9) $8 \div 2 \times 24 = (8 \div 2) \times 24 = 4 \times 24 = 96$
- (10) $20 + (12 \times 19) = 20 + 228 = 248$
- (11) $3 + 6 \times 2 = 3 + (6 \times 2) = 3 + 12 = 15$
- (12) $(3 + 6) \times 2 = 9 \times 2 = 18$
- (13) $12 \div 6 \times 3 \div 2 = (12 \div 6) \times 3 \div 2 = 2 \times 3 \div 2 = 6 \div 2 = 3$
- (14) $7 + (6 \times 5^2 + 3) = 7 + (6 \times 25 + 3) = 7 + (150 + 3) = 7 + (150 + 3) = 7 + 153 = 160$

ตัวอย่างที่ 3 นาย ก. โยนวัตถุขึ้นตรงไปบนท้องฟ้าด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที จงหาว่า ณ วินาที 20 วัตถุอยู่สูงจากเขาเท่าไร

วิธีทำ นาย ก. ใช้สูตรที่มีผลจากแรงโน้มถ่วงของโลก ดังนี้

$$\text{ส่วนสูง} = \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา (วินาที)} - \left(\frac{1}{2}\right) \times 9.8 \times \text{วินาที}^2$$

เขาแทนค่า ความเร็ว = 20 เมตรต่อวินาที และ วินาที 20 ได้

$$\text{ส่วนสูง} = 20 \times 2 - \left(\frac{1}{2}\right) \times 9.8 \times 2^2$$

ขั้นต่อไปนี่คือการคำนวณ จะพบว่าสมการข้างบนตามกฎพีมดาส (PIMDAS)

เริ่มต้นที่ วงเล็บ : ส่วนสูง = $20 \times 2 - (0.5) \times 9.8 \times 2^2$

และแล้วก็ เลขชี้กำลัง : ส่วนสูง = $20 \times 2 - (0.5) \times 9.8 \times 4$

ขั้นต่อไปคือการคูณ ส่วนสูง = $40 - 19.6$

สิ้นสุดที่การลบ ส่วนสูง = 20.4 เมตร

1.2 ระบบการคิดเลขเร็ว

ระบบการคิดเลขเร็วที่ถูกกล่าวถึงในตำราเวทคณิตของท่านศรี ภารติ กฤษณะ ตีระ (Sri Bharati Krishna Tirtha ji พ.ศ. 2427-2503) มี 3 ระบบด้วยกันคือ

- เวทคณิต (Vedic Mathematics)
- ทริชเทินเบิร์กของคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน (The Trachtenberg Speed of Basic Mathematics)
- ไฮสปีด แมท ของ เลสเตอร์ มีเยอร์ซ (Lester Meyers High-Speed Math)

เวทคณิต เป็นวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของความแม่นยำ มีความเป็นระเบียบอันรักษาไว้ซึ่งเอกลักษณ์ของความเป็นหนึ่งเดียวแต่ในขณะเดียวกันก็เต็มไปด้วยความหลากหลาย เวทคณิตคือพลังแห่งความสมดุลภาพระหว่างสองคุณสมบัติที่ตรงกันข้ามของความเป็นหนึ่งเดียวและความหลากหลาย เวทคณิตยังเป็นโครงสร้างพลวัตของกฎธรรมชาติที่ออกแบบมาอย่างเป็นปกติวิสัยและมีเป้าหมายของกฎธรรมชาติอย่างมีระเบียบของอรรถบทของวิวัฒนาการ”

ท่านศรี ภารติ กฤษณะ ตีระ (Sri Bharati Krishna Tirtha ji พ.ศ. 2427-2503)

ยาคอฟ ทริชเทินเบิร์ก (Jakow Trachtenberg) ได้เป็นผู้ก่อตั้งสถาบันคณิตศาสตร์ในซูริก สวิตเซอร์แลนด์ และยังเป็นผู้ริเริ่มระบบของการคิดเลขในวิชาเลขคณิตขึ้นมาใหม่ เป็นการปรับความคิดที่ทุกคนสามารถเข้าถึงโลกของ “ปรากฏการณ์การคำนวณที่เป็นไปได้”

วิธีของทริชเทินเบิร์กนั้นไม่เพียงแต่รวดเร็วเท่านั้นยังง่ายดายอีกด้วย เพียงแต่เมื่อเข้าใจกฎเกณฑ์การคำนวณดังกล่าวแล้ว ก็จะรู้ว่ามันง่ายราวกับการอ่านเรื่องนิยาย มันดูเหมือนว่าจะมีเวทย์มนตร์ แต่มีกฎเกณฑ์ต่าง ๆ มันขึ้นอยู่กับตรรกะอันมีเหตุผลที่สมบูรณ์แบบ

ไฮสปีด แมท ของ เลสเตอร์ มีเยอร์ซ (Lester Meyers High-Speed Math) วิธีคิดเลขเร็วของของ เลสเตอร์ เมเยอร์ส มีจุดประสงค์สามประการคือเพื่อแสดง: (1) วิธีคำนวณปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายอย่างรวดเร็ว; (2) วิธีคำนวณปัญหาเหล่านี้ด้วยการคิดเลขในใจหรือด้วยดินสอและกระดาษเพียงเล็กน้อยและ (3) มีวิธีตรวจสอบความเป็นไปได้ของข้อผิดพลาดในการคำนวณสามารถถูกกำจัดได้อย่างแท้จริง จุดประสงค์ที่สามคือสำคัญไม่น้อยไปกว่าคนอื่น ๆ อย่างที่คนส่วนใหญ่รู้กันคือว่าข้อผิดพลาดอาจมีค่าใช้จ่ายสูง ศึกษาหนังสือเล่มนี้โดยไม่เร่งรีบควรทำให้ผู้อ่านทั่วไปได้รับความสามารถในการคำนวณคำตอบของปัญหาต่าง ๆ นับพันโดยไม่ผิดพลาดแม้แต่ครั้งเดียว ในขั้นแรก ให้สังเกตโดยเฉพาะอย่างยิ่ง "วิธีการอ่านหนังสือเล่มนี้"

1.3 การคำนวณจากซ้ายไปขวา (Calculation from Left to Right)

เวทคณิตเสนอการคิดเลขด้วยการดำเนินการคิดจากซ้ายไปขวา มีเหตุผลใหม่?

ศกุนตลา เทวี (Shakuntala Devi) (4 พฤศจิกายน 1929 – 21 เมษายน 2013) เป็นนักคณิตศาสตร์เป็นนักคำนวณในใจ ชาวอินเดีย เธอเป็นที่รู้จักในชื่อ "มนุษย์เครื่องคิดเลข" (Human Computer) เธอได้พยายามในการสร้างให้การคำนวณเลขคณิตให้เป็นเรื่องง่าย ๆ สำหรับเด็กนักเรียน

ด้วยความสามารถของเธอ สามารถคิดเลขหาคำตอบจากซ้ายไปขวาหรือขวาไปซ้าย
ทั้ง ๆ ที่เธอไม่เคยได้รับการศึกษาในระบบมาก่อน

โอโซ (Osho) นักปราชญ์ชาวอินเดียเป็นผู้เขียนบทความเกี่ยวกับ “ศกุนตลา เทวี”
เรื่องมีอยู่ว่า “ในอินเดียมีสุภาพสตรีผู้หนึ่งชื่อว่าสกุณฑลา เธอได้เดินทางไปรอบโลกและได้เขื่อนมหาวิทยาลัย
แทบทุกมหาวิทยาลัย เพื่อสาธิตการใช้ปัญญาญาณของเธอ เธอมีการศึกษาแค่ระดับมัธยมปลาย และเธอก็ไม่ใช่
นักคณิตศาสตร์



ในช่วงที่อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ ยังมีชีวิตอยู่ เธอได้เคยเข้าไปสาธิตเรื่อง
นี้ต่อหน้าของเขา ด้วยการนั่งอยู่หน้ากระดานดำในมือถือชอล์กอยู่ให้
คนตั้งโจทย์อะไรก็ได้ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บางครั้งขณะที่ยังไม่ทัน
เสร็จ เธอก็เริ่มเขียนคำตอบลงบนกระดานแล้ว

อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ ได้มอบวุฒิปัตร์ให้กับเธอ และเธอก็เคยโชว์วุฒิปัตร์นี้ต่อ ท่านโอโซ (Osho-
ผู้เขียนบทความ) เมื่อครั้งที่ท่านโอโซ ได้เดินทางไปยังเมืองมัททราช ซึ่งเป็นบ้านเกิดของเธอ เธอได้นำวุฒิปัตร์
มากมายมาให้ท่านโอโซ ดู และหนึ่งในใบในทั้งหมดนั้นก็คือใบที่ ไอน์สไตน์ เขียนไว้ว่า “ข้าพเจ้าได้ให้สุภาพสตรี
ท่านนี้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งปกติแล้ว ข้าพเจ้าจะต้องใช้เวลาถึง 3 ชั่วโมงในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
ตามขั้นตอน สำหรับผู้ที่ไม่เคยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ อาจต้องใช้เวลาถึง 6 ชั่วโมง มีวิธีทำที่ยาวจนต้องเขียนเต็ม
กระดาน ไม่มีทางที่จะกระโดดข้ามขั้นตอนเข้าไปหาคำตอบได้เลย...”

แต่แล้ว ไอน์สไตน์ ก็ต้องแปลกใจเป็นอย่างยิ่ง เพราะขณะที่เขาเขียนโจทย์ยังไม่ทันเสร็จ สกุนตลา ก็
เริ่มเขียนคำตอบลงบนกระดานแล้ว ไอน์สไตน์ งง ๆ มากและคิดว่าไม่น่าจะเป็นไปได้

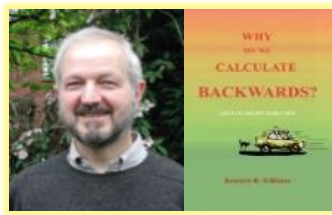
เขาถามเธอว่า “คุณทำได้อย่างไร ? สกุนตลา ตอบว่า “ไม่รู้เหมือนกันว่าฉันทำอะไร มันเป็นสิ่งที่อยู่ที่
ก็ผุดขึ้นมา พอคุณตั้งโจทย์ ตัวเลขต่าง ๆ ก็ปรากฏแก่ฉัน ฉันเห็นตัวเลขต่าง ๆ เต็มไปหมด ฉันก็ได้แต่เพียงแค่
เขียนตามมันไปเรื่อย ๆ เท่านั้น”

บทสรุป การที่สกุนตลา มีความสามารถเป็นเลิศในทางคณิตศาสตร์นั้นเห็นว่า ได้ใช้ความรู้อย่างน้อย 2 เรื่อง
ด้วยกัน

ได้แก่เวทคณิต (Vedic Mathematics) และปัญญาญาณ (Intuition) หรือความรู้แบบปิ้งแว็บ ซึ่งทั้งสองเรื่องนี้ ยังไม่ค่อยจะรู้จักกันนักในประเทศไทยเรา ถ้าเราจะหันมาสนใจความรู้ของชาวตะวันออกให้มากขึ้น ก็จะทำให้เราได้ทำไม่ประเทศอินเดียจะมีนักโปรแกรมเมอร์ระดับโลก และสามารถพัฒนาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ได้เจริญก้าวหน้าทัดเทียมอารยประเทศ

<https://www.gotoknow.org/posts/552556>

เคนเน็ท วิลเลียม (Kenneth Williams) สอนในโรงเรียน วิทยาลัยและมหาวิทยาลัย ได้รับเชิญไปยังหลายประเทศเพื่อสอนเวทคณิตและได้พัฒนาสื่อการสอนและตำราการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ เกี่ยวกับเวทคณิต ซึ่งมีอยู่ในเว็บไซต์ Kenneth's Curriculum Vitae นี้



เคนเน็ท วิลเลียม

สนับสนุนสิ่งนี้คือ “การคำนวณจากซ้ายไปขวา
(Calculation from Left to Right)”

เขาเขียนหนังสือ WHY DO WE CALCULATE BACKWARDS ?

Left to Right is Better

ในหนังสือของ เคนเน็ท วิลเลียม กล่าวไว้ว่า

“ใช่เราคำนวณย้อนหลัง! เราอ่านเขียนและออกเสียงตัวเลขและคำจากซ้ายไปขวา แต่เราคำนวณจากขวาไปซ้าย (เริ่มต้นด้วยหลักหน่วย) สิ่งนี้ไม่เพียง แต่ไม่สอดคล้องกันเท่านั้น แต่ยังไม่จำเป็นอีกด้วย เนื่องจากการคำนวณจากซ้ายไปขวานั้นง่ายมากดัง ที่แสดงไว้ในหนังสือเล่มนี้ แต่มีเหตุผลอื่นที่ชัดเจนกว่าในการทำงานจากซ้ายไปขวาตัวเลขที่สำคัญที่สุดจะอยู่ทางซ้ายเสมอ ดังนั้นในการทำงานจากด้านซ้ายเราจะได้ตัวเลขเหล่านี้ก่อน และนั่นหมายความว่ามีประสิทธิภาพมากกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับการคำนวณคิดเลขในใจที่รวดเร็ว นอกจากนี้วิธีคำนวณจากซ้ายไปขวายังช่วยให้เราสามารถ รวบรวมการดำเนินการซึ่งหมายความว่าเราสามารถคำนวณจำนวนมากและได้รับตัวเลขคำตอบ ทีละหลักตามความแม่นยำที่ต้องการได้ ด้วยเหตุผลเหล่านี้และเหตุผลอื่น ๆ จากซ้ายไปขวาจึงเป็นวิธีที่เป็นธรรมชาติเหมาะสมและง่ายในการคำนวณ ไม่ว่าจะเป็นการพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของคุณหรือเพื่อทำความเข้าใจ ความเรียบง่ายและประสิทธิภาพที่ยอดเยี่ยมของวิธีนี้ หนังสือเล่มนี้ยังกล่าวถึง ศักยภาพที่จะเปลี่ยนวิธีการคำนวณของคุณไปตลอดกาล หนังสือเล่มนี้แสดงให้เห็นว่าเราคำนวณย้อนกลับอธิบายถึงข้อดีของการทำงานแบบทางเลือกลงจากซ้ายไปขวาและแสดงวิธีคำนวณจากซ้ายไปขวา”

ในเวทคณิต เวทคณิตเปิดโอกาสให้เราได้มีทางเลือก สำนวณและอธิบายการทำงานของสูตรต่าง ๆ ว่า ทำงานอย่างไร เหตุผลอันเนื่องมาจาก การอ่านหนังสือการเขียนของเราเป็นการดำเนินการจากซ้ายไปขวา ถ้าเราได้คิดเลขการบวก การลบ การคูณและการหาร ดำเนินการจากทางซ้ายไปทางขวาแล้วจะทำให้การคิดเลขมี

ประสิทธิภาพ สามารถคิดเลขในใจได้ง่ายรวดเร็วและถูกต้อง การคิดเลขจากทางซ้ายไปทางขวาเป็นการหาส่วนแรกไปหาส่วนท้ายของผลลัพธ์แต่ละส่วนก็สามารถบอกคำตอบได้เลย ยิ่งในกรณีที่การคำนวณนั้นไม่มีการทดตัวเลข (carry figures) เช่นนี้แล้ว คือเทคนิคในการคิดเลขเร็วและถูกต้องแม่นยำ ที่ได้เปรียบซึ่งเราสามารถพัฒนาความคิดนี้ได้

เหตุผลอีกประการหนึ่งคือระบบการคิดเลขแบบเวทคณิตที่เราจะศึกษาต่อไป จะเป็นวิธีคิดเลขด้วยวิธีที่เรียกว่า

“วิธีการแยกหลัก (Digit Separator Method)”

โดยที่แต่ละหลักจะเป็นอิสระต่อกันซึ่งจะไม่มีผลต่อการทดและการยืมสำหรับการคำนวณ

นี่คืองานที่เราสามารถที่จะต้องฝึกฝนได้ ในการคำนวณและค้นหาวิธีทำให้เกิดความเป็นธรรมชาติมากที่สุดของการคิดเลขแบบเวทคณิต ที่แตกต่างจากวิธีดั้งเดิม เพียงเล็กน้อย และสามารถที่จะศึกษาและอธิบายรายละเอียดได้ ดังต่อไปนี้

1.4 การบวกเลขจากซ้ายไปขวา (Left to Right Addition)

จะอย่างไร จึงจะลดการทดเลขสำหรับการบวก ให้ง่ายและรวดเร็วและสามารถคิดในใจได้ ลองพิจารณาตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 หาผลบวกของ $76 + 88$ ด้วยการบวกจากซ้ายไปขวา

วิธีทำ เนื่องจากเลขโดด 2 ตัวบวกกันต้องไม่เกิน 18 ($18 = 9 + 9$)

$$\begin{array}{r} 76 \\ + 88 \\ \hline 15 \end{array}$$

1. ดำเนินการหาผลบวกจากซ้ายไปขวา ดังนี้ เริ่มที่หลักสิบทางซ้าย $7 + 8 = 15$

เขียน 15 แยกเป็นเลขโดดเป็นสองส่วน คือ 1 กับ 5 เขียน 1 ห้อยไว้หน้า 5

แบบนี้ $15 = \underset{1}{5}$ โดยเขียนให้ 5 ไว้ได้ตรงหลักสิบ ส่วน 1 เขียนห้อยไปไว้ใน

หลักถัดไปข้างหน้า (หลักร้อย)

$$\begin{array}{r} 76 \\ + 88 \\ \hline 154 \end{array}$$

2. หาผลบวกหลักถัดไปคือ $6 + 8 = 14 = \underset{1}{4}$ เขียน 1 ไว้ได้ 5 ของผลบวกใน

ขั้นที่ 1 ส่วน 4 เขียนในหลักถัดไป ในทำนองเดียวกันกับขั้นที่ 1

สิ้นสุดการบวก แล้วหาผลบวกแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา เป็นคำตอบ

หมายเหตุ จากตัวอย่างที่ 1 จะเห็นได้อย่างชัดเจน เราสามารถหาผลบวกสุทธิจากผลบวกย่อยของแต่ละหลักได้ และยิ่งไปกว่านั้นถ้าไม่มีการทดแล้วก็ยังสามารถคิดเลขในใจได้รวดเร็ว

$$\begin{array}{r} 54 \\ + 11 \\ \hline = 164 \end{array}$$

จากตัวอย่างข้างบน พบว่า หลักร้อยเท่ากับ 1 หลักสิบ $5 + 1 = 6$

ส่วนหลักหน่วยเท่ากับ 4 ไม่มีการบวก

ตัวอย่างที่ 2 หาผลบวกของ $5678 + 2468$ จากซ้ายไปขวา

วิธีทำ $\begin{array}{r} 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 7 \end{array}$ 1. หาผลบวกจากทางซ้าย $5 + 2 = 07$ แล้วเขียน 0 ห้อยไว้หน้า 7

$$\begin{array}{r} 0 \ 7 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 7 \end{array}$$

ส่วน 7 เขียนไว้ข้างใต้ให้ตรงกับหลักพันที่หาผลบวกนั้น

$\begin{array}{r} 7 \ 0 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 7 \ 0 \end{array}$ 2. หาผลบวก $6 + 4 = 10$ เขียน 1 ไว้ได้ 7 ส่วน 0 เขียนไว้ในแถวกับ 7 ของผลบวกขั้นที่ 1 แต่เขียนไว้ตรงใต้ หลักร้อยที่หาผลบวกนี้

$\begin{array}{r} 7 \ 0 \ 3 \ 6 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 7 \ 0 \ 3 \ 6 \end{array}$ 3. หาผลบวก $7 + 6 = 13$ เขียน 1 ไว้ได้ 0 ส่วน 3 เขียนไว้ตรงใต้

$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 4 \ 6 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 8 \ 1 \ 4 \ 6 \end{array}$ หลักสิบที่หาผลบวกนี้

$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 4 \ 6 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 8 \ 1 \ 4 \ 6 \end{array}$ 4. หาผลบวก $8 + 8 = 16$ เขียน 1 ไว้ได้ 3 ส่วน 6 เขียนไว้ตรงใต้

$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 4 \ 6 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 8 \ 1 \ 4 \ 6 \end{array}$ หลักหน่วยที่หาผลบวกนี้
แล้วหาผลบวกแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา

$\begin{array}{r} 8 \ 1 \ 4 \ 6 \\ \hline 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 8 \ 1 \ 4 \ 6 \end{array}$ “ด้วยวิธีครบสิบและไม่ครบสิบ” แต่เนื่องจากการบวกจากซ้ายไปขวาแต่
ละหลักไม่มีการทดจึงสามารถหาคำตอบได้รวดเร็ว

ตอบ $5678 + 2468 = 8146$

ตัวอย่างที่ 3 หาผลบวกของ $98565678 + 48902468$ และแสดงการย่นความถูกต้อง

วิธีทำ $\begin{array}{r} 9 \ 8 \ 5 \ 6 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ + \\ 4 \ 8 \ 9 \ 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \\ \hline 1 \ 3 \ 6 \ 4 \ 6 \ 7 \ 0 \ 3 \ 6 \\ \hline \hline 147468146 \end{array}$ =147468146

สังเกตจากตัวอย่างที่ 1-3 การบวกเลข 2 จำนวน พบว่าแต่ละหลักผลบวกไม่เกิน 10 จึงไม่มีการทด ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงการบวกที่มีการทดและเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 หาผลบวกของ $489539 + 912368$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 489539 \\ 912368 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} \overset{\cdot}{3}91\overset{\cdot}{8}97 \\ \underset{1}{0}\underset{1}{0}\underset{0}{0}\underset{1}{1} \\ \hline \end{array} = 1\overset{\cdot}{3}01\overset{\cdot}{8}07 = 1401907$$

สังเกตได้ว่า การดำเนินการบวกก็เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1-3 แต่ในตัวอย่างที่ 4 นี้ พบว่าถ้านับจากทางซ้ายไปขวา หลักที่ 3 ($9+1=10$) กับ หลักที่ 6 ($9+1=10$) บวกกันเท่ากับ 10 ต้องมีการทดให้กับหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

วิธีการคิดเลขเร็วเสนอให้ใส่จุด (•) บนตัวเลขหลักถัดไปข้างหน้า ในที่พิจารณาจากซ้ายไปขวา จากหลักที่ 2 คือ 3 จะได้รับการทด 1 มาจากหลักที่ 3 เราใช้จุด (•) เขียนไว้บนเลข 3 ($\overset{\cdot}{3}$) และในทำนองเดียวกัน หลักที่ 3 คือ 8 จะได้รับการทด 1 มาจากหลักที่ 2 เราใช้จุด (•) เขียนไว้บนเลข 3 ($\overset{\cdot}{8}$)

ดังนั้น ผลบวกแต่ละหลัก ในตัวอย่าง คือ $1\overset{\cdot}{3}01\overset{\cdot}{8}07$ หรือ 1401907 เมื่อ จุด (•) คือ 1

ตัวอย่างที่ 5 หาผลบวกของ $87654323 + 895896878$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 87654323 \\ 895896878 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 8724\overset{\cdot}{9}01\overset{\cdot}{9}1 \\ \underset{0}{1}\underset{1}{1}\underset{1}{1}\underset{0}{0}\underset{1}{1}\underset{1}{0}\underset{1}{1} \\ \hline \end{array} = 983501201$$

ตัวอย่างที่ 6 หาผลบวกของ $5943689706 + 5457010895$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 5943689706 \\ 5457010895 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{r} 0\overset{\cdot}{3}90\overset{\cdot}{6}\overset{\cdot}{9}9\overset{\cdot}{5}91 \\ \underset{1}{1}\underset{1}{0}\underset{1}{0}\underset{0}{0}\underset{0}{0}\underset{1}{1}\underset{0}{0}\underset{1}{1} \\ \hline \end{array} = 11400700601$$

1.5 การคูณจากซ้ายไปขวา

เนื่องจากการบวก ที่กล่าวมาแล้วเน้นการดำเนินการจากซ้ายไปขวา การดำเนินการคูณก็สามารถที่จะเน้นได้เช่นเดียวกัน หากปราศจากความเข้าใจที่มีความหมายเป็นนัย ๆ ของการคำนวณเกี่ยวกับสูตรต่าง ๆ ในเทคนิค ที่คำนวณจากซ้ายไปขวา เทคนิคเปิดโอกาสให้เราได้มีทางเลือก สำนวณและอธิบายการทำงานของสูตรว่าทำงานอย่างไร

วิธีคูณจากซ้ายไปขวา เป็นการคูณทแยงจาก ตัวคูณ ไปยังตัวตั้งจากตัวเลขตัวแรกของตัวตั้งทางซ้ายสุด แล้วเคลื่อนที่ถัดไปทางขวา เมื่อหาผลคูณของแต่ละตัว ให้เขียนผลคูณ โดยหลักสิบอยู่หน้าเยื้องไปข้างล่าง ทางซ้ายของหลักหน่วย เช่น

$$7 \times 5 = 35 \text{ เขียนเขียนแบบเยื้อง } 7 \times 5 = {}_3 5 \text{ และจะเห็นว่าอยู่บรรทัดเดียวกัน}$$

$$9 \times 9 = 81 \text{ เขียนเขียนแบบเยื้อง } 9 \times 9 = {}_8 1 \text{ ในทำนองเดียวกัน}$$

$$4 \times 2 = 08 \text{ เขียนเขียนแบบเยื้อง } 4 \times 2 = {}_0 8 \text{ ผลคูณต้องเขียน 2 หลักและอยู่บรรทัดเดียวกัน}$$

ตัวอย่างวิธีเขียนการคูณเลขจากซ้ายไปขวา

ตัวอย่างที่ 1 หาผลคูณ 47896×7

วิธีการเขียน การดำเนินการคูณจากซ้ายไปขวา ดังกล่าวข้างต้นเป็นการคูณทแยง ของตัวคูณกับตัวเลขตัวแรกของตัวตั้งทางซ้ายสุด แล้วเคลื่อนที่ถัดไปคูณตัวเลขถัดไปของตัวตั้งทางขวา ไปเรื่อย ๆ จนสิ้นสุดตัวสุดท้ายของตัวตั้ง นั้น จึงมีข้อกำหนดวิธีการเขียนเพื่อให้สอดคล้องกับการคำนวณ ที่จะศึกษาในบทต่อ ๆ ไป

1. 47896 จากทางซ้าย คูณตัวตั้ง 4 ด้วย ตัวคูณ 7 ได้ผลคูณเท่ากับ 28

$$\begin{array}{r} 47896 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

แบ่งผลคูณ 28 เป็นสองส่วนคือ 2 (หลักสิบ) กับ 8 (หลักหน่วย)

$$\begin{array}{r} 28 \\ 8 \\ \hline \hline \end{array}$$

แล้วเขียน 2 ห้อยอยู่ทางซ้าย หน้า 8 เยื้องลงไปข้างล่าง 8 โดย 8 ต้องอยู่ตรงกับ

ตำแหน่งตัวตั้ง 4

2. 47896

$$\begin{array}{r} 47896 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

ในทำนองเดียวกัน คูณ 7 ด้วย 7 ได้ผลคูณเท่ากับ 49 แบ่งเป็น 4 และ 9

เขียน 4 ห้อยไว้ได้ 8 (จากขั้นที่ 1) และเขียน 9 ไว้บนแถวเดียวกับ 8

$$\begin{array}{r} 89 \\ 8 \\ \hline \hline \end{array}$$

โดยต้องอยู่ตรงกับตำแหน่งตัวตั้ง 7

3. 47896

$$\begin{array}{r} 47896 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

ในทำนองเดียวกัน คูณ 8 ด้วย 7 ได้ผลคูณเท่ากับ 56 แบ่งเป็น 5 และ 6

เขียน 5 ห้อยไว้ได้ 9 (จากขั้นที่ 2) และเขียน 6 ไว้บนแถวเดียวกับ 9

$$\begin{array}{r} 896 \\ 89 \\ \hline \hline \end{array}$$

โดยต้องอยู่ตรงกับตำแหน่งตัวตั้ง 8

4.
$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 8\ 9\ 6 \\ \times 7 \\ \hline 8\ 9\ 6\ 3 \\ \hline \hline \end{array}$$
 ในทำนองเดียวกัน คูณ 9 ด้วย 7 ได้ผลคูณเท่ากับ 63 แบ่งเป็น 6 และ 3 เขียน 6 ห้อยไว้ได้ 6 (จากขั้นที่ 3) และเขียน 3 ไว้บนแถวเดียวกับ 6 โดยต้องอยู่ตรงกับตำแหน่งตัวตั้ง 9

5.
$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 8\ 9\ 6 \\ \times 7 \\ \hline 8\ 9\ 6\ 3\ 2 \\ \hline \hline \end{array}$$
 ในทำนองเดียวกัน คูณ 6 ด้วย 7 ได้ผลคูณเท่ากับ 42 แบ่งเป็น 4 และ 2 เขียน 4 ห้อยไว้ได้ 3 (จากขั้นที่ 4) และเขียน 2 ไว้บนแถวเดียวกับ 3 ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการคูณ โดยต้องอยู่ตรงกับตำแหน่งตัวตั้ง 6

6.
$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 8\ 9\ 6 \\ \times 7 \\ \hline 8\ 9\ 6\ 3\ 2 \\ \hline \hline \end{array} = 335272$$
 หาผลบวกแต่ละหลัก พบว่ามีผลบางหลักมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 10 เกิดการทดเลข

ดังนั้นจากขั้นที่ 6

ให้สำรวจตัวเลขแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา (นับจากหลักแสน เป็นหลักที่ 1) พบว่า หลักที่ 2, 3, 4 มีผลบวกมากกว่า 9 ให้เขียนจุด (•) ไว้ บนตัวเลขของหลักที่อยู่ถัดไปข้างหน้า จากนั้นหาผลบวกแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา ให้ได้เฉพาะเลขโดดของแต่ละหลักซึ่งเป็นวิธีคิดเลขแบบแยกหลัก (Digit Separator Method)

$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 8\ 9\ 6 \\ \times 7 \\ \hline \cdot\ 8\ 9\ 6\ 3\ 2 \\ \hline \hline \end{array}$$
 หาผลบวกแต่ละหลักจากซ้ายไปขวา จากความรู้การบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้า

ถ้าผลบวกของหลักใดมีค่ามากกว่า 9 ให้ใส่จุด (•) บนตัวเลขถัดไปที่อยู่ข้างหน้า

$$\underline{\underline{3\ 3\ 5\ 2\ 7\ 2}}$$

ข้อสังเกต การหาผลบวกสุทธิจากซ้ายไปขวา

หลักที่ 1 $\cdot + 2 = 3$

หลักที่ 2 $(\cdot + 8 + 4) = (\cdot + 8 + 1) + 3$ ไม่ต้องสนใจกลุ่มที่ผลบวกครบสิบ นำผลบวกที่ไม่ครบสิบคือ 3 เขียนใส่ในช่องคำตอบให้ตรงหลักของผลบวกหลักนี้

หลักที่ 3 $(\bullet+9+5)$ พอดี $(\bullet+9=10)$ ในทำนองเดียวกันไม่ต้องสนใจผลบวกครบสิบ นำผลบวกที่ไม่ครบสิบคือ 5 เขียนใส่ในช่องคำตอบให้ตรงหลักของผลบวกหลักนี้เช่นเดียวกัน

หลักที่ 4 $(6+6)=(6+4)+2$ ในทำนองเดียวกันไม่ต้องสนใจกลุ่มที่ผลบวกครบสิบไปแล้ว เพราะการใช้ความรู้การบวกด้วยวิธีการเพิ่ม 1 กับตัวเลขที่อยู่ถัดไปข้างหน้ามันได้มีการปรับการทดในการบวกครบสิบนั้นไปแล้ว ดังนั้นจึงนำผลบวกที่ไม่ครบสิบคือ 2 เขียนใส่ในช่องคำตอบให้ตรงหลักของผลบวกหลักนี้ได้เลย

ส่วนผลบวกของหลักที่ 5 และ 6 มีผลบวกไม่ครบสิบ เราสามารถใส่ผลบวกที่ได้เป็นตัวเลขโดดตัวเดียวในช่องของแต่ละหลักได้เลย

หมายเหตุ การคูณเลขสองจำนวนที่มีตัวตั้งและตัวคูณมีจำนวนหลักมากกว่า 1 หลัก จะได้นำเสนอวิธีการดำเนินคูณในบทเรื่องการคูณต่อไป

.....