

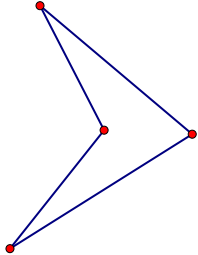
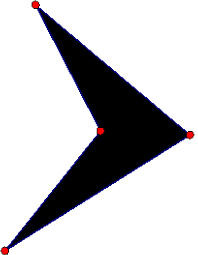
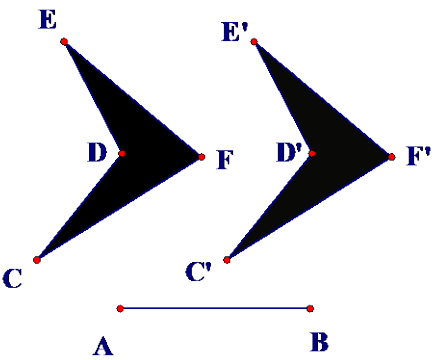
## 4. การแปลงทางเรขาคณิต (Transformation)

การแปลงทางเรขาคณิต เป็นวิธีการ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่โดยที่รูปร่างยังเหมือนเดิม  
การแปลงทางเรขาคณิตแบ่งออกเป็น 3 วิธี

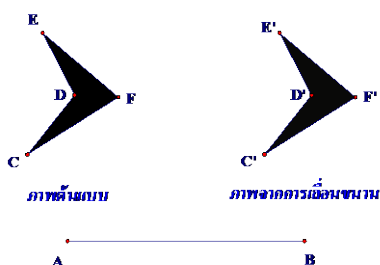
- การเลื่อนขนาน (Translation)
- การสะท้อน (Reflection)
- การหมุน (Rotation)

### กิจกรรมที่ 1 : การเลื่อนขนาน (Translations) ตามเวกเตอร์ที่กำหนด

การเลื่อนขนานบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิต ที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกัน และเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

<p>1. เปิดเพิ่มใหม่ของโปรแกรม GSP</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● สร้างรูปหลายเหลี่ยม โดยใช้เครื่องมือคลิกบริเวณที่ว่างบนหน้าจอ</li> <li>● สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านั้น</li> </ul>	
<p>2. สร้างบริเวณภายในรูปหลายเหลี่ยม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกบนจุด ตามลำดับ</li> <li>● เลือกคำสั่ง ภายในรูปหลายเหลี่ยม จากเมนูสร้าง</li> </ul>	
<p>3. การเลื่อนขนานรูปหลายเหลี่ยม โดยการกำหนด ทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน ซึ่งใช้เวกเตอร์เป็นตัวกำหนด ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● สร้างส่วนของเส้นตรง AB</li> <li>● เลือกจุด A และจุด B ตามลำดับ แล้วเลือกกระบวนการเวกเตอร์ จากเมนู การแปลง</li> <li>● คลิกบริเวณภายในรูปหลายเหลี่ยม เลือกคำสั่งการเลื่อนขนานจากเมนูการแปลง</li> </ul>	

4. ใช้เครื่องมือพิมพ์ข้อความ พิมพ์ข้อความภาพต้นแบบ และภาพจากการเลื่อนขนาน แล้วนำไปไว้ได้ภาพ

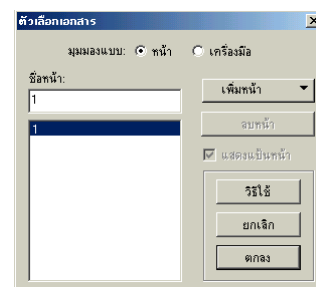


## กิจกรรมที่ 2 : การเลื่อนขนาน (Translations) เชิงขั้ว

1. การเพิ่มหน้าในแฟ้มเดียวกัน

คลิกที่เมนูเพิ่ม -> ตัวเลือกเอกสาร

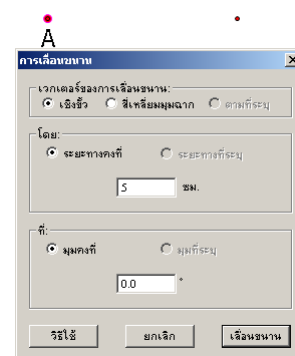
-> เพิ่มหน้า -> หน้าว่าง คลิก ตกลง



2. ใช้เครื่องมือจุด คลิกบริเวณที่ว่างบนหน้าจอหนึ่งจุด ตั้งชื่อว่าจุด A

3. การเลื่อนขนานจุด A โดยการกำหนดทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน โดยการเลื่อนขนานแบบเชิงขั้ว ทำได้ดังนี้

- คลิกที่จุด A
- เลือกเมนูการแปลง และคลิกที่เชิงขั้ว
- พิมพ์ค่าของระยะคงที่ตามต้องการ
- พิมพ์ค่าของมุมคงที่ตามต้องการ
- คลิกเลื่อนขนาน

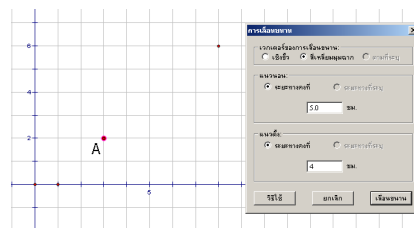


จะมีจุดใหม่ปรากฏขึ้นราว ๆ จุดนี้คือจุด A' ที่เกิดจากการเลื่อนขนานจุด A ไปตามระยะทางและทิศทางของการเลื่อนขนานแบบเชิงขั้วที่กำหนดให้ มีระยะทางคงที่ 5 ซม. และมุมคงที่เป็น 0 องศา

### กิจกรรมที่ 3: การเลื่อนขนาน (Tranlations) แบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

เพิ่มหน้าที่ 3 แล้วทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงสร้างจุดหนึ่งจุด และให้เลื่อนขนานจุดนั้นไปตามแนวนอน 5 ซม. ไปในแนวตั้ง 4 ซม.
2. จงสร้างจุด A(3,2) และให้เลื่อนขนานจุด A ไปตามแนวนอน 5 ซม. ไปในแนวตั้ง 4 ซม.



### การสะท้อน (Reflection)

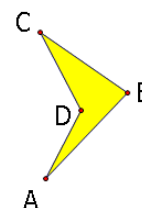
นิยาม การสะท้อนบนระนาบ เป็นการแปลงทางเรขาคณิต ที่มีเส้นตรง  $l$  ที่ตั้งฉากกับเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด  $P$  บนระนาบ จะมีจุด  $P'$  เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด  $P$  โดยที่

1. ถ้าจุด  $P$  ไม่อยู่บนเส้นตรง  $l$  แล้ว เส้นตรง  $l$  จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง  $PP'$
2. ถ้าจุด  $P$  อยู่บนเส้นตรง  $l$  แล้ว จุด  $P$  และจุด  $P'$  เป็นจุดเดียวกัน

### กิจกรรมที่ 4 : การสะท้อน

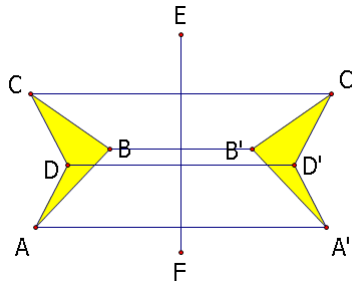
1. เปิดแฟ้มใหม่ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpsd (GSP)

- สร้างรูปหลายเหลี่ยม โดยใช้เครื่องมือ จุดคลิกบริเวณที่ว่าง บนหน้าต่างจอ
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านั้น
- สร้างบริเวณภายในรูปหลายเหลี่ยม พร้อมทั้งตั้งชื่อ ดังรูปขวามือ



2. สร้างส่วนของเส้นตรง EF หนึ่งเส้น และกำหนดให้เป็นเส้นสะท้อน โดยใช้คำสั่ง *ระบุเส้นสะท้อน* จากเมนูการแปลง
3. เลือกรูป ABCD ทั้งหมด (จุด ด้าน และภายในรูปสี่เหลี่ยม) ทำการสะท้อนรูป ABCD โดยใช้คำสั่ง *สะท้อน* จากเมนูการแปลง
4. เปลี่ยนสีพร้อมทั้งพิมพ์ชื่อ ของรูปภาพที่ได้จากการสะท้อน
5. ลากเส้นเชื่อมระหว่าง จุด A และจุด A', จุด B และจุด B', จุด C และจุด C' และจุด D และจุด D'

6. ลาก EF ไปมา และสำรวจความสัมพันธ์ ของรูปต้นแบบ ABCD และภาพที่เกิดจาก การสะท้อน A'B'C'D'

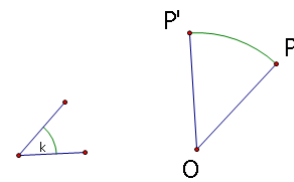


การหมุน เป็นการเคลื่อนที่ของรูปหรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

เงของการหมุน อาจจะเป็นเข็มนาฬิกา

นิยาม การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O ที่ตรึงจุดหนึ่งเป็น จุดหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ จะมี P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนด ด้วยมุมที่มีขนาด k โดยที่

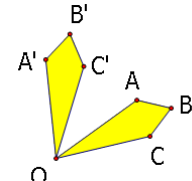
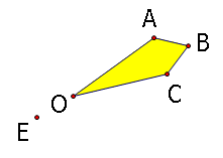
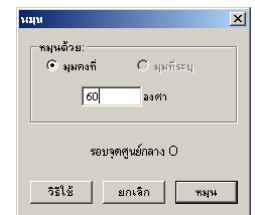
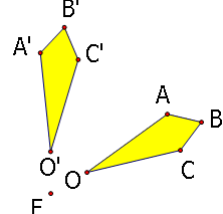
- ถ้าจุด P ไม่อยู่ตำแหน่งเดียวกับจุด O แล้ว  $OP = OP'$  และขนาดของ
- ถ้าจุด P อยู่ตำแหน่งเดียวกับจุด O แล้ว P เป็น จุดหมุน



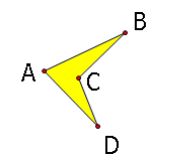
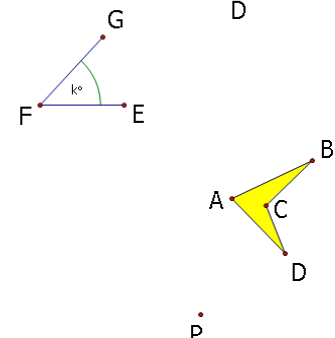
### กิจกรรมที่ 5 การหมุนด้วยมุมคงที่

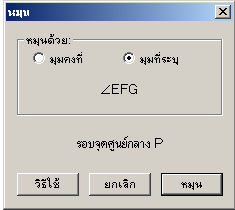
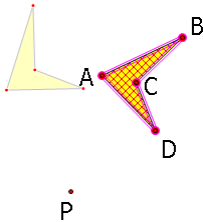
- เปิดแฟ้มใหม่ของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad

<ul style="list-style-type: none"> <li>สร้างรูปสี่เหลี่ยม ABCD โดยใช้เครื่องมือ จุด และสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมต่อกัน เหล่านี้ ดังรูป</li> <li>สร้างบริเวณภายในรูปหลายเหลี่ยม</li> <li>ใช้เครื่องมือลูกศร คลิกบนจุด A,B,C และ D ตามลำดับ</li> <li>เลือกคำสั่ง ภายในรูปหลายเหลี่ยม จากเมนูสร้าง</li> </ul>	
<p><b>กรณีที่ 1</b> จุดหมุนอยู่บนรูปต้นแบบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>คลิกที่จุด O ไปที่เมนู การแปลง เลือกคำสั่ง ระบุจุดศูนย์กลาง</li> <li>เลือกรูป ABCD ทั้งหมด ( จุด ด้าน และภายในรูปหลายเหลี่ยม ) โดยใช้คำสั่ง หมุน จากเมนูการแปลง</li> <li>คลิกเลือก มุมคงที่ แล้วพิมพ์ค่ามุมที่ต้องการหมุนรอบจุดศูนย์กลางการหมุน O เช่น 60 ลงในช่อง ดังรูปทางขวามือคลิก หมุน</li> </ul>	

<p>จะเกิดภาพ <math>A'B'C'O</math> ที่ได้จากการหมุนรูป <math>ABCO</math> ที่มีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบ ทุกประการ</p>	
<p><b>กรณีที่ 1</b> จุดหมุนไม่อยู่บนรูปต้นแบบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• สร้างจุดใหม่อีกหนึ่งจุด ตั้งชื่อเป็นจุด E</li> <li>• คลิกที่จุด E ไปที่เมนู การแปลง เลือกคำสั่ง <i>ระบจุดศูนย์กลางกลาง</i></li> <li>• เลือกรูป <math>ABCO</math> ทั้งหมด ( จุด ด้าน และภายในรูปเหลี่ยม ) โดยใช้คำสั่ง <i>หมุน</i> จากเมนูการแปลง</li> <li>• คลิกเลือก <i>มุมคงที่</i> แล้วพิมพ์ค่ามุมที่ต้องการหมุนรอบจุดศูนย์กลางการหมุน O เช่น 60 ลงในช่อง ดังรูปทางขวามือ</li> <li>• คลิก <i>หมุน</i></li> <li>• จะเกิดภาพที่เกิดจากการหมุน เป็นรูปสี่เหลี่ยม <math>O'A'B'C'</math> ดังรูปขวามือ</li> </ul>	  

### กิจกรรมที่ 6 การหมุนด้วยมุมที่กำหนดให้

<p>กำหนดให้ <math>ABC</math> เป็นรูปต้นแบบ มีจุด <math>P</math> เป็นจุดหมุน จงหาสามเหลี่ยม <math>A'B'C'</math> ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนสามเหลี่ยม <math>ABC</math> ทวนเข็มนาฬิกา ด้วยมุมที่มีขนาด <math>k</math> องศา (จากหนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม ๑ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ตัวอย่างที่ 1 หน้า 180)</p>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เพิ่มหน้าใหม่ในแฟ้มเดียวกันดังนี้ โดยการเลือกเมนูแฟ้ม เลือกคำสั่ง ตัวเลือกเอกสาร แล้วคลิกที่แถบ <i>เพิ่มหน้า</i> เลือก <i>หน้าว่าง</i></li> <li>2. สร้างรูปสามเหลี่ยม <math>ABCD</math> โดยใช้เครื่องมือ จุด และสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านั้น</li> <li>3. สร้างบริเวณภายในรูปสี่เหลี่ยม <math>ABCD</math></li> <li>4. สร้างมุม <math>EFG</math> ให้มีขนาด = <math>k</math> องศา</li> <li>5. สร้างจุด <math>P</math> ภายนอกรูปสี่เหลี่ยม <math>ABCD</math> ให้จุด <math>P</math> เป็น จุดศูนย์กลางของการหมุน โดยคลิกจุด <math>P</math> เลือกคำสั่ง <i>ระบจุดศูนย์กลางกลาง</i> จากเมนูการแปลง</li> </ol>	 

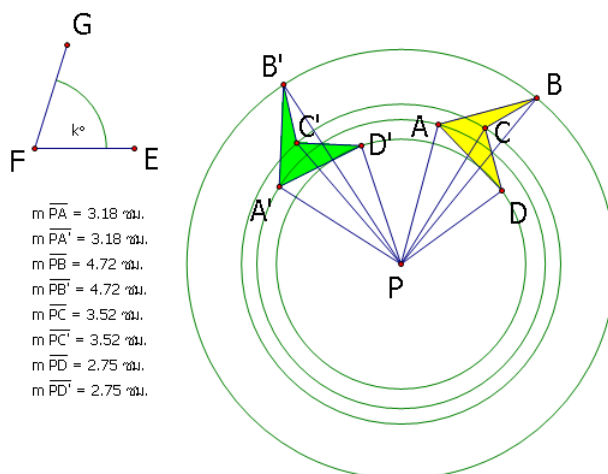
<p>6. การระบุมุม</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• คลิกที่จุด E, F และ G ตามลำดับ ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่ง <i>ระบุมุม</i></li> <li>• เลือกรูป ABCD ทั้งหมด ทำการหมุนรูป ABCD โดยใช้คำสั่ง <i>หมุน</i> จากเมนูการแปลง</li> <li>• คลิก <i>หมุน</i></li> </ul>	
<p>7. จะเกิดภาพ A'B'C'D' ที่ได้จากการหมุนรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่มีขนาดเท่ากับรูปต้นแบบทุกประการ</p>	

8. การสร้างวงกลมโดยมีจุด P เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมี PA, PB, PC และ PD

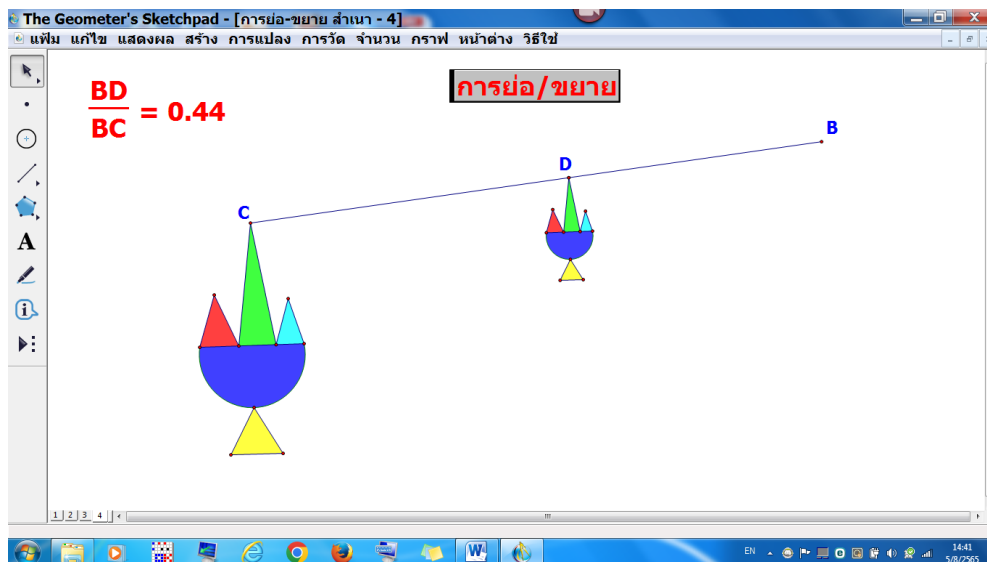
- คลิกที่จุด P และ A เลือกคำสั่ง *วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น* จากเมนูสร้าง
- คลิกที่จุด P และ B เลือกคำสั่ง *วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น* จากเมนูสร้าง
- คลิกที่จุด P และ C เลือกคำสั่ง *วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น* จากเมนูสร้าง
- คลิกที่จุด P และ D เลือกคำสั่ง *วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น* จากเมนูสร้าง

จะปรากฏวงกลม 4 วงที่มี P เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมี PA, PB, PC และ PD

8. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด PA, PB, PC, PD, PA', PB', PC' และ PD' พร้อมทั้งวัดความยาว



## การย่อ/ขยาย



ขั้นตอนการสร้าง