

ชื่อเรื่อง (ภาษาไทย) : การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad สำหรับครูคณิตศาสตร์

(ภาษาอังกฤษ): Using Backward Analysis to Construct Geometric Learning Media with the Geometer's Sketchpad for Mathematics Teachers

ชื่อผู้วิจัย : รองศาสตราจารย์ฉวีวรรณ แก้วไทรชะ
วิทยาลัยนานาชาติ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ด้านการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของแวน ฮิลี การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพที่ใช้ Rubric Scores ในการประเมินสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ที่สุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง กลุ่มตัวอย่างเป็นครูคณิตศาสตร์ที่เข้ารับการอบรมที่วิทยาลัยนานาชาติ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา จำนวน 20 คน กลุ่มตัวอย่างได้ผ่านการอบรมเชิงปฏิบัติการเรื่อง การสอนการคิดขั้นสูงโดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad เป็นเวลา 1 สัปดาห์ และได้รับการฝึกปฏิบัติเรื่อง การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วย Geometer's Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของ Van Hiele จำนวน 3 ชั่วโมง จากนั้นกลุ่มตัวอย่างจะทำกิจกรรม 8 กิจกรรมเกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (สัจพจน์ ด-ม-ด, ด-ด-ด, ม-ด-ม และทฤษฎี ม-ม-ด และด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉาก) โดยใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ กลุ่มตัวอย่างจะนำเสนอผลงานในวันสุดท้ายของการอบรมเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยใช้ Rubric Scores แบบที่ 1 ในการประเมินผลงานจากกิจกรรมการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ 8 กิจกรรม ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 85.06 และใช้ Rubric Scores แบบที่ 2 ในการประเมินผลงานการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วย Geometer's Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของ Van Hiele ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 92.75 ผลการวิจัยพบว่า สมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วย Geometer's Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของ Van Hiele ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 91.34

คำสำคัญ: เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ, สื่อการเรียนรู้เรขาคณิต, ขั้นตอนการเรียนรู้ของแวน ฮิลี, Geometer's Sketchpad

ABSTRACT

This research aims to study mathematics teachers' abilities to use backward analysis technique in designing geometric learning media using Geometer's Sketchpad according to Van Hiele levels. It was conducted as a qualitative study using Rubric Scores for performance assessment with a purposive sampling. The participants were mathematics teachers attended in in-service training at International College, Suan Sunandha Rajabhat University. Twenty mathematics teachers participated in the data collection from the workshop on teaching higher order thinking skills by using the Geometer's Sketchpad. This workshop was conducted for one week, and met 3-hours sessions for practicing Backward Analysis Technique to design geometric learning media using Geometer's Sketchpad according to Van Hiele levels. Participants worked 8 activities on the congruence of triangles (SAS, SSS, ASA postulates and Hy-Leg and AAS theorems) by using backward analysis technique. Each activity required teachers' abilities in designing learning media and presented at the end of the workshop. Data analysis found similar results for both sets of activities. The percentage mean of mathematics teachers' ability to use backward analysis was 85.06 % and ability to design geometric learning media using GSP according to Van Hiele levels was 92.75 %. Results also found that the percentage mean of mathematics teachers' ability to use backward analysis in designing geometric learning media using GSP according to Van Hiele levels was 91.34 %.

Keyword : Backward analysis technique, Geometric learning media, Van Hiele Levels, Geometer's Sketchpad

1. หลักการและเหตุผล

การพิสูจน์ทฤษฎีบททางเรขาคณิตเป็นเรื่องที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะผู้เรียนจะต้องใช้ทักษะในการสร้างรูปประกอบการพิสูจน์ การสร้างหมายถึงการลากเส้นและการกำหนดจุดโดยใช้วงเวียน(compass) และสันตรง (straightedge) ซึ่งปัญหาในการสร้างรูปเรขาคณิตของผู้เรียนที่ใช้วงเวียนและสันตรงหรือไม่บรรทัดอาจมีข้อผิดพลาดจากมาตรฐานของเครื่องมือ และปัญหาในการนำความรู้พื้นฐานมาประกอบการพิสูจน์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับคำนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท

ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาใช้ประกอบการอ้างความสมเหตุสมผลของการพิสูจน์ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต Geometer's Sketchpad ในการสร้างรูป ซึ่งผู้เรียนจะสามารถใช้โปรแกรมในการสร้างรูป วัดความยาวของส่วนของเส้นตรง วัดขนาดของมุม วัดพื้นที่ เคลื่อนรูป แสดงภาพเคลื่อนไหว และอื่น ๆ จากเมนูคำสั่งของโปรแกรม และผู้เรียนจะมีโอกาสเรียนรู้จากการสังเกตรูปที่สร้าง เรียนรู้จากการสำรวจกรณีต่าง ๆ ตามเงื่อนไขของสิ่งที่กำหนด เรียนรู้การสร้างข้อคาดการณ์เพื่อนำไปสู่การพิสูจน์ข้อสรุป

ปัญหาที่เกิดขึ้นกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต GSP ก็คือ การนำศักยภาพของโปรแกรมไปใช้ไม่ครบตามศักยภาพของโปรแกรม ส่วนใหญ่จะนำไปใช้ในงานศิลปะ เช่น การออกแบบลวดลายบนผลิตภัณฑ์สิ่งทอ เครื่องเคลือบดินเผา และอื่น ๆ โดยใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ซึ่งทำให้เกิดมูลค่าเพิ่มแก่สินค้าไทยมากมาย สำหรับการนำโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต GSP ไปใช้ประกอบการเรียนการสอนโดยตรงยังไม่สามารถดำเนินการได้ทุกโรงเรียนตามที่รัฐบาลไทยได้ลงทุนซื้อโปรแกรมนี้ ทั้งนี้เพราะผู้สอนคณิตศาสตร์ขาดประสบการณ์การสร้างสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา โดยเฉพาะสาระที่เกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต

ข้อผิดพลาดในการพิสูจน์เรขาคณิตอาจเนื่องมาจากผู้เรียนขาดความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการสร้างรูป ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในการคิดเห็นภาพ (visual ability) ความเข้าใจเชิงปริภูมิ (spatial understanding) และจำนวนและการวัด (numbers and measurements) นอกจากนั้นเทคนิคที่ใช้ในการพิสูจน์อาจใช้การพิสูจน์ทางตรงจากเหตุไปสู่ผล (forward chaining) หรือใช้การพิสูจน์ทางอ้อมจากผลไปสู่เหตุ (backward chaining) การพิสูจน์ทางตรงเป็นการเริ่มต้นพิสูจน์จากสิ่งที่กำหนดให้ แล้วค้นหาข้อมูลจากนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทหรือหลักการต่าง ๆ ที่จะนำมาประกอบการอ้างอิงให้ได้ข้อสรุปที่ต้องการ แต่การพิสูจน์ทางอ้อมจะใช้วิธีการกลับกัน กล่าวคือ จะเริ่มต้นจากเป้าหมายที่ต้องการพิสูจน์ แล้ววิเคราะห์หาข้อมูลที่จะสนับสนุนเป้าหมายที่ต้องการ

เนื่องจากการบูรณาการระหว่างการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต GSP และการพิสูจน์ทางอ้อมที่ใช้เทคนิคย้อนกลับจะเป็นวิธีหนึ่ง que ผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตให้มีประสิทธิภาพและส่งผลให้คุณภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตซึ่งเป็นสาระที่สำคัญของคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นได้ ผู้วิจัยจึงได้ทำวิจัย เรื่อง การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad สำหรับครูคณิตศาสตร์ โดยใช้สาระเรขาคณิตของช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ในการใช้เทคนิคการวิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad ได้อย่างมีลำดับขั้นตอนการเรียนรู้เรขาคณิต

3. ระเบียบวิธีวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ครูคณิตศาสตร์ที่ได้รับการอบรมการใช้ Geometer's Sketchpad ของวิทยาลัยนานาชาติ จำนวน 2 รุ่น รุ่นที่ 1 จำนวน 50 คน รุ่นที่ 2 จำนวน 69 คน

กลุ่มตัวอย่าง คือ ครูคณิตศาสตร์ที่ได้รับการอบรมการใช้ Geometer's Sketchpad ของวิทยาลัยนานาชาติรุ่นที่ 2 โดยสุ่มแบบเจาะจงเฉพาะผู้ที่มาจากโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานครและปริมณฑล จำนวน 20 คน

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด ประกอบด้วย

1. ใบกิจกรรมเทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ โดยนำเสนอปัญหาการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม จำนวน 8 กิจกรรม และการออกแบบสื่อการเรียนรู้
2. แบบบันทึกพฤติกรรมของครูคณิตศาสตร์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการปฏิบัติงานในแต่ละกิจกรรม โดยจัดทำเป็น Rubric Score ที่วัดและประเมินสมรรถนะ 2 ด้าน ได้แก่

2.1 สมรรถนะด้านการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการพิสูจน์ข้อความจริง ประกอบด้วย 5 ตัวชี้วัด ได้แก่ ความถูกต้องของการสร้างรูป การเขียนสิ่งที่กำหนดให้ การเขียนสิ่งที่ต้องพิสูจน์ การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ และการเรียงเรียงการพิสูจน์

2.2 สมรรถนะด้านออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad ประกอบด้วย 4 ตัวชี้วัด ได้แก่ ความถูกต้องตามวัตถุประสงค์ เนื้อหา ลำดับขั้นการเรียนรู้ของแวน ฮิลล์ และความถูกต้องของการใช้โปรแกรม GSP

3.3 การวิเคราะห์ทางสถิติ

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งการวิเคราะห์เป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ประเมินสมรรถนะในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่แสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ โดยใช้ Rubric Scores 5 ตัวชี้วัด ระดับประเมิน 4 ระดับ และหาค่าเฉลี่ยร้อยละของสมรรถนะรายกิจกรรมเรื่องความเท่ากันทุกประการ จากจำนวนกิจกรรม 8 กิจกรรม

ตอนที่ 2 ประเมินสมรรถนะในการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับด้วย GSP ตามลำดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลี โดยใช้ Rubric Scores 4 ตัวชี้วัด และระดับประเมิน 3 ระดับ และหาค่าเฉลี่ยร้อยละของสมรรถนะ

ผู้วิจัยนำผลประเมินตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ไปหาค่าเฉลี่ยร้อยละ เพื่อแปลความหมายเป็นสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม GSP ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของแวนฮิลลี

4. สรุปผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ประเมินสมรรถนะในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่แสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ได้สมรรถนะรวมเฉลี่ย เท่ากับ ร้อยละ 85.06

ตอนที่ 2 ประเมินสมรรถนะในการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับด้วย GSP ตามลำดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลี ได้สมรรถนะรวมเฉลี่ย เท่ากับ ร้อยละ 92.75

เมื่อพิจารณาสมรรถนะจาก Rubric Score ของการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับกับการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิต เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้โปรแกรม GSP ตามลำดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลี มาหาผลรวมของสมรรถนะได้ค่าเฉลี่ย เท่ากับ ร้อยละ 91.34 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 ที่กำหนดไว้ในสมมติฐาน

5. อภิปรายผล

จากการวิจัยการพัฒนาสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ในด้านการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad ได้อย่างมีลำดับขั้นตอนตามการเรียนรู้ของแวนฮิลลี พบว่า

1. ครูคณิตศาสตร์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างได้ใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อวางแผนการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์หรือข้อความจริงก่อนลงมือเรียบเรียงการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งผลการวิจัยครั้งนี้พบว่า สมรรถนะรวมร้อยละเฉลี่ยของการทำกิจกรรม 8 กิจกรรม เท่ากับ ร้อยละ 85.06 แสดงว่าการพัฒนาสมรรถนะของครูในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับได้ผลดีสอดคล้องกับงานวิจัยของ Noboru Matsuda ที่พบว่าการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ทั้งแบบ Forward และ Backward ช่วยส่งเสริมการเรียนรู้วิธีพิสูจน์ทางเรขาคณิต (2004, หน้า 68)

2. จากการศึกษาสมรรถนะด้านการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP พบว่า ครูคณิตศาสตร์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีสมรรถนะที่เกี่ยวกับการออกแบบสื่อการเรียนรู้ความเท่ากันทุกประการ ของรูปสามเหลี่ยม เรื่อง ความสัมพันธ์ด้าน-มุม-ด้าน, ด้าน-ด้าน-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ฉาก-ด้าน-ด้าน และ มุม-มุม-ด้าน มีสมรรถนะรวมร้อยละเฉลี่ย เท่ากับ ร้อยละ 92.75 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการออกแบบสื่อการเรียนรู้มีความถูกต้องด้านวัตถุประสงค์ เนื้อหา ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ตามแนวคิดของแวน ฮิลี และมีความถูกต้องในการใช้เทคนิคต่าง ๆ ของโปรแกรม GSP ซึ่งความถูกต้องทั้งหมดนี้มีความสำคัญที่จะส่งผลต่อการเรียนรู้และการสร้างประสบการณ์ในการเรียนรู้ของนักเรียน (Charlesworth, R., 2005, p.52)

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ข้อเสนอแนะด้านการพัฒนาสมรรถนะของครู

เนื่องจากผลการวิจัยพบว่า ครูคณิตศาสตร์ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีสมรรถนะในการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับควบคู่กับสมรรถนะในการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม GSP ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของแวน ฮิลี ซึ่งสมรรถนะเหล่านี้เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานที่เชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ ดังนั้น การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับและการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม GSP ต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. เตรียมข้อสรุปของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องเพื่ออำนวยความสะดวกในการขยายข้อมูลของสิ่งที่กำหนดให้ เช่น ข้อความคาดการณ์หรือข้อความจริงใดที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน อาจต้องมีเอกสารประกอบที่เกี่ยวกับการเท่ากันของมุมแย้ง การเท่ากันของมุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด เป็นต้น
2. ใช้เส้นโยงแสดงการวิเคราะห์ย้อนกลับโดยไม่ต้องใช้หัวลูกศร เพราะอาจสร้างความสับสนกับสัญนิรันดรทางตรรกศาสตร์

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ในการวิจัยครั้งต่อไปควรหาค่าสหสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะการใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับกับสมรรถนะในการออกแบบสื่อการเรียนรู้
2. ในการวิจัยครั้งต่อไปควรเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เทคนิค Protocol เพื่อให้ได้ข้อมูลเพื่อการพัฒนาสมรรถนะที่สำคัญของครู เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์และสร้างสรรค์
3. ในการวิจัยครั้งต่อไปควรนำเทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับไปใช้ในการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย
4. ในการวิจัยครั้งต่อไปควรใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการเรียนรู้สาขาวิชาอื่น ๆ โดยเฉพาะการแก้ปัญหาบางประเภทหรือใช้ร่วมกับนวัตกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนรู้แบบ Project-Based Learning หรือ Problem-Based Learning

บรรณานุกรม

- กรองทอง ไครวี. (2553). **สนุกคิดกับคณิตศาสตร์และแอนิเมชัน ด้วย The Geometer's Sketchpad.**
 ลำปาง: แมทแอนด์แอนิเมชัน.
- ฉวีวรรณ แก้วไพโรษะ. (2547). **เรขาคณิตตามแนวคิดทางเซต.** กรุงเทพฯ ฯ : ศูนย์สื่อสิ่งพิมพ์แก้วเจ้าจอม.
- ปิยะนาฏ นุ่มอ่อน (2554). **การวิเคราะห์ลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิต เรื่องวงกลม ตามแนวคิดของแวน ฮิลลี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3.** วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์ตรมหาบัณฑิต การศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.
- พิศาล สร้อยอุทรา. (2547). **สสวท.ทำพิธีลงนามเพื่อครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับสถานศึกษา.** สืบค้นเมื่อ วันที่ 15 พฤษภาคม 2551 ; จาก <http://www.ryt9.com/news/2004-12-21/16144386>.
- ยุพิน พิพิธกุล และ อุษณีย์ ลีรัตน์. (2547). **เรขาคณิต.** กรุงเทพฯ ฯ : ด้านสุทธาการพิมพ์ จำกัด.
- สมควร สีชมพู. (2552). **การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวน ฮิลลี.** บทความวิจัยวิทยานิพนธ์ จากการประชุมทางวิชาการ เสนอผลงานวิจัย ระดับบัณฑิตศึกษา ครั้งที่ 9 วันศุกร์ที่ 19 มกราคม 2550 ณ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สำนักงานการศึกษาแห่งชาติ. (2545). **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545.** กรุงเทพมหานคร: บริษัท พริกหวานกราฟฟิก.
- Andrade, H. G. (2000). Using rubrics to promote thinking and learning. *Educational Leadership*, 57(5), pp.13-18.
- Asmus. E.P. (2011) **Creating rubrics: Scale construction.** Retrieved January 10, 2011, from <http://www.music.miami.edu/assessment/rubricsScale.html>
- Bilash, O. (2009), **Dale's cone of experience.** Retrieved January 10, 2011, from <http://rapidbi.com/created/Coneofexperience-dale.html>
- Charlesworth, R. (2005). **Mathematics in the developmentally appropriate integrated curriculum.** NY: SUNY Press.
- Davora, T. & Dreyfus, T. (2004). **Unjustified assumptions based on diagrams in geometry.** Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.2, 311 – 318.

- Flowers, C. P., & Hancock, D. R. (2003). An interview protocol and scoring rubric for evaluating teacher performance. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, 10, 161–168.
- Franklin, J. (2011). *Proof in Mathematics: An Introduction*. Sydney: Kew Books.
- Jackiw, N. (2006). *IPST sketchpad master class*. California: KCP Technologies.
- Jago, M. (2007). *Philosophy insight: Formal Logic*. Tirril: [Humanities-Ebooks](#).
- Johnson, A. & Svingby, G. (2007). The use of scoring rubrics: Reliability, validity and educational consequences. *Educational Research Review*, 2, 130 – 144.
- Idris, N. (2009). The impact of using Geometer's Sketchpad on Malaysian students' achievement and Van Hiele geometric thinking. *Journal of Mathematics Education*, December 2009, Vol.2, No.2, pp.94-107.
- Koedinger, K. & Anderson, J. R. (1991) **Interaction of deductive and inductive reasoning strategies in geometry novices**. In Proceedings of the 14th Annual Conference of the Cognitive Science Society, 780-784.
- Leff, L.S. (1997). *Geometry the easy way* (3rd ed.). New York: Barron's Educational Series, Inc.
- Mariotti, M.A. (1997). **Justifying and proving in geometry: the mediation of a microworld**. In M. Henjny & J. Novotna (Eds.) Proceedings of the European Conference on Mathematics Education. (pp. 21 – 26). Prague: Prometheus Publishing House.
- Matsuda, N. (2004). **The impact of difference proof strategies on learning geometry theorem proving**. Unpublished doctoral dissertation, University of Pittsburgh. Pennsylvania.
- Matsuda, N. & VanLehn, K. (2004). Modeling hinting strategies for geometry theorem proving. Retrieved February 5, 2010, from <http://www.public.asu.edu>
- Mayberry, J. (2000). "The van Hiele Levels of Thought in Undergraduate Pre-service Teachers." *Journal for Research in Mathematics Education*, 14: pp. 58–69.
- Rahim, M.H. (2000). **A classroom use of the Geometer's Sketchpad in mathematics pre-service teacher education program**. Retrieved December 15, 2010, from <http://www.lakeheadu.ca>
- Raymond, S.P. (2003). **Principles of teaching**. Retrieved January 10, 2011, from <http://teacherworld.com/potdale.html>
- Sarracco, L. (2005). **The effect of using dynamic geometry software in the middle school classroom**. Retrieved February 10, 2010, from citeseerx.ist.psu.edu

Schrock, K. (2010). **Creating a rubric**. Retrieved December 20, 2010, from <http://fcit.usf.edu/assessment/performance/assessb.html>

Stacey, K. & Vincent, J. (2008). Do mathematics textbooks cultivate shallow teaching? Applying the TIMSS Video Study criteria to Australian eighth-grade mathematics textbooks. **Mathematics Education Research Journal**, 20 (1), 81 – 106.